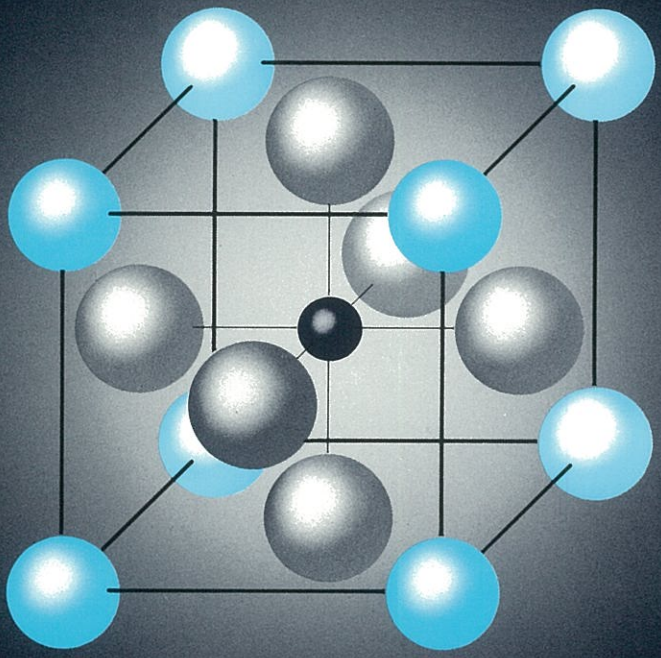
圧電セラミック

テクニカル・ハンドブック

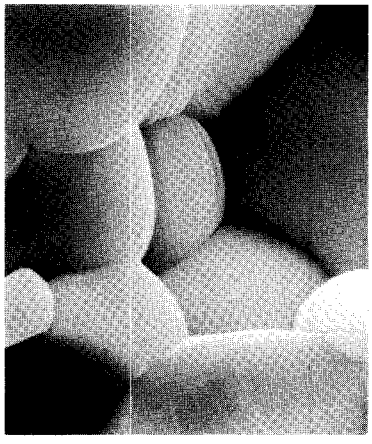


株式会社富士セラミックス

〔はじめに〕

チタン酸ジルコン酸鉛〔$Pb(Zr\cdot Ti)O_3$〕は、圧電体の中でも特に大きな圧電性を示すペロブスカイト型の結晶構造を持った強誘電体の一つです。一般的には、チタン酸鉛（$PbTiO_3$）とジルコン酸鉛（$PbZrO_3$）を基本組成としますが、この2成分の混合比を変えることによって圧電・誘電・弾性などの諸特性をコントロールできるため、それぞれの用途に適した圧電セラミック材料を得ることができます。また、周囲の環境変化に対しても比較的安定で、約300°C附近の温度に結晶変態点（Curie point）がある以外は特に目立った変化は見られません。最近では水晶（crystal）に匹敵する程の温度係数を持った材料も開発されています。

圧電体は、電気的エネルギーと機械的エネルギーを可逆的に変換できることが大きな特徴ですが、本書では、この圧電体の代表ともいうべきチタン酸ジルコン酸鉛系圧電セラミックを振動子や各種トランスデューサーとして使用する場合に必要と思われる基礎的事項をまとめてあります。圧電セラミックの入門書としての他、主要関係公式など多く記載してありますので、すでに圧電セラミック関係の設計・開発に携っている方々にもハンドブックとしての用を成せるものと思い、弊社圧電セラミック製品と併せてご愛用いただければ幸いです。



チタン酸ジルコン酸鉛磁器の自然面
の電子顕微鏡写真（総合5000倍）

目　　次

はじめに

本書中で使われている記号の意味及び単位 … 3

§1. 誘電体の性質 …… 4

1—1 電気分極と静電容量…… 4

1—2 電歪効果…… 6

1—3 誘電体の分類…… 6

§2. 強誘電体 …… 7

2—1 極性結晶と自発分極…… 7

2—2 分極反転と残留分極…… 8

2—3 ペロブスカイト結晶構造…… 8

2—4 キュリー点…… 8

§3. 圧電セラミックの物性 …… 9

3—1 分極と分域構造…… 9

3—2 圧電効果(圧電性の基本式)……11

3—3 電気機械結合係数……15

§4. 圧電セラミックの製法(固相熱化学反応) …17

§5. 圧電セラミック振動子 ……18

5—1 振動モードと等価回路……18

5—2 アドミッタンス特性……20

5—3 圧電諸定数……22

（a）測定回路

（b）電気機械結合係数

（c）静電容量

（d）ポアソン比

（e）ヤング率（弾性スチフネス）

（f）周波数定数

（g）圧電定数

（h）誘電損失

（i）機械的 Q（Q_m）

5—4 結合振動……31

§6. 代表的な圧電材料 ……34

6—1 水晶……34

6—2 ニオブ酸リチウム……34

6—3 チタン酸バリウム……34

6—4 チタン酸鉛……34

6—5 チタン酸ジルコン酸鉛……35

6—6 メタニオブ酸鉛……35

6—7 ポリフッ化ビニリデン……35

§7. 圧電セラミックの応用 ……37

7—1 振動子の寸法設計法……37

7—2 トランスデューサーの変換効率……39

7—3 インピーダンスマッチング……42

7—4 力Fに対する出力電圧の計算方法…43

（a）圧電着火素子

（b）バイモルフ型エレメント

7—5 入力電圧Eに対する変位量の計算方法 …46

（a）積層型アクチュエーター

（b）バイモルフ型アクチュエーター

7—6 最大許容入力……50

7—7 抗電力……51

7—8 最高使用温度……52

7—9 実装上の注意点……52

本書中で使われている記号の意味及び単位

〔　〕中は単位

A	力係数（$\dot{I}/\dot{v}$）、断面積〔m^2〕	m	質量〔kg〕	Y_d	制動アドミッタンス〔S〕
B	サセプタンス〔S〕（ジーメンス）	N	周波数定数〔m･Hz〕	Y_m	動アドミッタンス〔S〕
C	静電容量〔F〕	P	電気分極〔C/m^2〕、電力〔VA〕	Y_f	自由アドミッタンス〔S〕
C^T	自由静電容量〔F〕	P_r	残留分極〔C/m^2〕、有効電力〔W〕	Z	インピーダンス〔Ω〕
C^S	拘束静電容量〔F〕	P_s	自発分極〔C/m^2〕	Z_m	機械的インピーダンス〔Ω〕
C_D	部分拘束容量〔F〕	P_a	音響出力〔W〕、無効電力〔var〕	α	非線形補正係数
C_d	制動容量〔F〕	P_e	電気的入力〔W〕	β	逆誘電率〔m/F〕
c	弾性スチフネス〔N/m^2〕、音速〔m/s〕	P_m	最大音圧強度〔W/m^2〕	γ	分極率〔C/V･m〕
$\boldsymbol{D}$	電気変位（電束密度）〔C/m^2〕	Q	電荷〔C〕、品質係数	δ	位相角〔rad〕
d	圧電歪定数〔m/V〕、距離〔m〕	Q_f	自由電荷〔C〕	ε	誘電率〔F/m〕
$\boldsymbol{E}$	電界の強さ〔V/m〕	Q_p	分極電荷〔C〕	ε_0	真空中の誘電率（8.854×10^{-12}）〔F/m〕
E	電界の強さ（成分）〔V/m〕	Q_e	電気的Q	ε^T	自由誘電率〔F/m〕
E_c	抗電力〔V/m〕	Q_m	機械的品質係数	ε^S	拘束誘電率〔F/m〕
e	圧電応力定数〔C/m^2〕	q	電荷面密度〔C/m^2〕	ε_s	比誘電率
F	力〔N〕	R	電気抵抗〔Ω〕、損失	η	基準化周波数、変換効率
F_b	拘束時の発生力〔N〕	r	機械抵抗、容量比	θ_0	キュリー点〔℃〕〔K〕
F_s	拘束時の発生力〔N〕	$\boldsymbol{S}$	歪（u/ℓ）	μ	振動結合係数
f	周波数〔Hz〕、力〔N〕	S	歪の成分	ρ	密度〔kg/m^3〕
f_s	機械的直列共振周波数〔Hz〕	s	弾性コンプライアンス〔m^2/N〕	σ	ポアソン比
f_p	機械的並列共振周波数〔Hz〕	s_n	コンプライアンス〔m/N〕	τ	時定数〔s〕
f_r	共振周波数〔Hz〕	$\boldsymbol{T}$	応力〔Pa〕〔N/m^2〕	ω	角周波数（$2\pi f$）〔Hz〕
f_a	反共振周波数〔Hz〕	T	応力の成分〔Pa〕〔N/m^2〕、温度〔℃〕		
f_m	アドミッタンス極大周波数〔Hz〕	T_c	キュリー点〔℃〕		
f_n	アドミッタンス極小周波数〔Hz〕	t	厚さ〔m〕、時間〔s〕		
f_1	サセプタンス極大周波数〔Hz〕	t_s	補強板厚さ〔m〕		
f_2	サセプタンス極小周波数〔Hz〕	U	エネルギー〔J〕〔N･m〕		
G	コンダクタンス〔S〕（ジーメンス）	u	変位〔m〕、振動結合関数		
g	電圧出力係数〔V･m/N〕	V	電圧〔V〕		
h	圧電応力定数〔N/C〕	v	電圧（瞬時値）〔V〕、速度〔m/s〕		
I	電流〔A〕	W	損失〔W〕、荷重負荷〔N〕		
i	電流（瞬時値）〔A〕	w	幅〔m〕		
k	電気機械結合係数	X_c	リアクタンス〔Ω〕		
L	インダクタンス〔H〕	$\boldsymbol{Y}$	ヤング率〔N/m^2〕		
ℓ	長さ〔m〕	Y	アドミッタンス〔S〕（ジーメンス）		

§1. 誘電体の性質

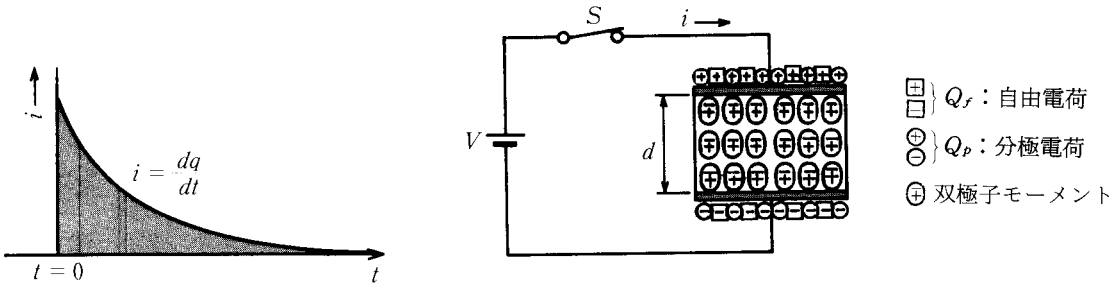
自然界に存在する物質を分類する方法として、その物質を電界中に置いたとき、その内部で起こる変化によって大別することができる。いわゆる導体、半導体、誘電体（絶縁体）の分類方法である。物質内に自由電子を多く持っており、それによって電流を導くものが導体あるいは半導体である。これに対して、荷電粒子が所定の位置に束縛されていて限定されたある距離しか移動できない（これを電気分極と呼ぶ）ものが誘電体（絶縁体）である。抵抗率で 10^{-5}〔Ωm〕以下を導体、10^{8}～10^{-5}〔Ωm〕の範囲を半導体、10^{8}〔Ωm〕以上を誘電体として分類している。

1－1 電気分極と静電容量

図1.1.1(b)のように誘電体の両面に電極を形成し，直流電圧を加えると誘電体に電界 $\boldsymbol{E}$ が印加される。そのときの電界の強さ $\boldsymbol{E}$ は、

$$\boldsymbol{E} = \frac{V}{d}\text{〔V/m〕} \quad \cdots\cdots (1.1.1)$$

で与えられる。



(a) S を閉じた瞬間の充電電流　　(b) 電界を印加したときの誘電体の分極モデル

図1.1.1 電気分極

電界印加の瞬間は図1.1.1(a)のような充電電流が流れるが、定常状態になると誘電体内部では図1.1.1(b)のように双極子モーメントが誘起される。これを電気分極という。この成因としては次の4つが考えられている。

（i）電子分極：原子が電界中に置かれることにより電荷の重心がズレて見掛上の双極子が誘起される分極。

（ii）イオン分極：セラミックなどのイオン結晶中の正負イオンが電界によって反対方向に変位する分極。

（iii）双極子分極：有極性分子の配向が電界の方向に揃う分極。

（iv）空間電荷分極：セラミック中によく見られる空間電荷が電界によって内部を移動し、表面や結晶粒界などに集まることによって生ずる分極。

次に、平行平板型コンデンサの静電容量について考えてみる。図1.1.2のように無限平面導体が距離 d〔m〕を隔てて平行に相対している。それぞれの導体には電荷面密度 $\pm q$〔C/m²〕の電荷が与えられている。このとき、電気力線は両導体間にのみできて外側にはできないから、この板間の電界 $\boldsymbol{E}$ は式1.1.2で与えられる。

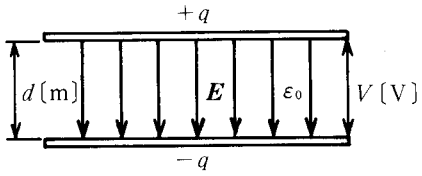


図1.1.2　無限平行平板間の電界

$$\boldsymbol{E} = \frac{q}{\varepsilon_0} \quad \cdots\cdots (1.1.2)$$

ε_0：真空中の誘電率（8.854×10^{-12}〔F/m〕）

従って両導体間の電位差 V は

$$V = \boldsymbol{E}d = \frac{qd}{\varepsilon_0} \quad \cdots\cdots (1.1.3)$$

これから単位面積当りの静電容量 C_0 は、

$$C_0 = \frac{q}{V} = \frac{\varepsilon_0}{d} \quad \cdots\cdots (1.1.4)$$

となり、面積 A の場合の静電容量 C_A は、

$$C_A = C_0 A = \frac{\varepsilon_0 A}{d} \quad \cdots\cdots (1.1.5)$$

となる。

（a）導体間が真空の場合　　（b）導体間が誘電体の場合

図1.1.3

式1.1.5は、導体間が真空の場合であるが、その間に誘電率 ε の誘電体をはさむと静電容量 C は、

$$C = C_S\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = C_A\varepsilon_s = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_s A}{d} \quad \cdots\cdots (1.1.6)$$

となる。ここに、ε_s は比誘電率と呼ばれ、真空中の誘電率 ε_0 に対し、誘電率が ε_s 倍になることを表わしている。

1－2 電歪効果

誘電体に電界を加えると誘電体内部には双極子モーメントが誘起され電気分極が生ずる。そのとき、たとえばイオン分極の場合はイオンの相対位置が変化するので、誘電体全体の寸法も若干変化する。このように電気分極により機械的歪が生ずる現象を電歪効果という。

電歪効果は、加えられた電界の二乗に比例するので電界の正負にかかわらず歪の方向は一定である。このことは、圧電効果とは異なるところで、圧電効果が1次の効果であるのに対し、電歪効果は2次の効果ということができる。また、電歪効果は電界を印加すると歪を生ずるが、逆に機械的応力を与えても分極は誘起されない。しかし圧電性が対称中心を欠いた結晶でないと示されないのに対し電歪効果は、対称中心を持った結晶でも生ずる。

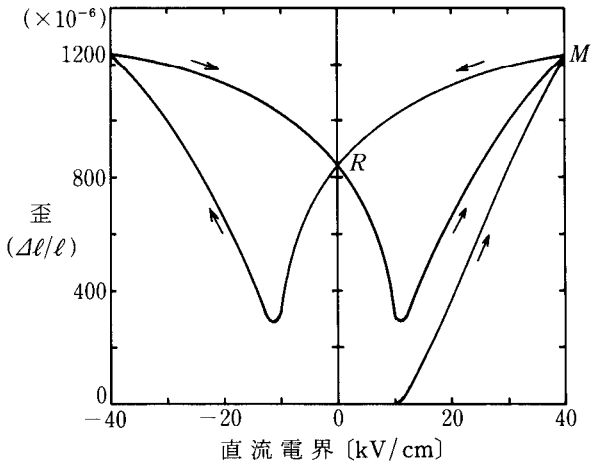


図1.2.1 $Pb[Zr\cdot Ti]O_3$ の電歪曲線

図1.2.1は強誘電体であるチタン酸ジルコン酸鉛の電歪曲線である。電歪効果はこのようなバタフライ型ヒステリシスを示す。図で0点から電界を上げていくと、それに応じて歪量も増加する。そしてM点から電界を下げていくと歪量も減少するが電界を0にしても歪量は0にはもどらずR点に保持される。この0-R間の歪を残留歪といい、強誘電性結晶ではこの値が特に大きい。

1－3 誘電体の分類

物質を電気抵抗率で分類すると、導体、半導体、誘電体に大別することができる。そして誘電体も固体について言えば、それを構成する原子や分子および結晶構造によって分類することができる。(図1.2.2)

対称中心を持った結晶で、しかも格子点に無極性分子がある場合は電気的に全く中性で、いわゆる等方性常誘電体である。また、対称中心を欠いた結晶では、応力により双極子モーメントを誘起する、いわゆる圧電性を示し、その中でも結晶構造的に自発分極を持ったものは極性結晶と呼ばれ焦電性を示す。そして、極性結晶の中でも電界によって自発分極の向きが反転するものを強誘電体という。図1.2.2からもわかるように強誘電体は、必ず圧電性も示す。一般に圧電セラミックとは、この強誘電性セラミックが分極処理されたものを指す。

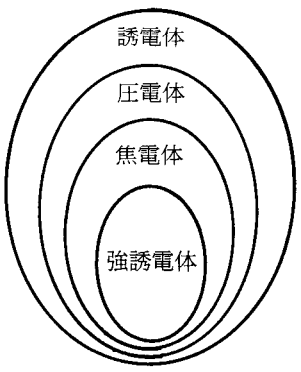


図1.2.2 誘電体の分類

§2. 強誘電体

対称中心を欠いた結晶の中で結晶構造的に自発分極を持っているものがある。このような結晶を極性結晶又は焦電性結晶という。そのうち、外部電界によって自発分極の向きが反転するものを強誘電体という。強誘電性結晶は極性結晶の中のごく一部で多分に偶発的なものである。また、極性結晶で自発分極を持っていても外部電界によって反転できないものは強誘電体とは考えない。

2－1 極性結晶と自発分極

あらゆる結晶は、その対称性により32の晶族に分類される。そのうち対称中心を欠いた21晶族の中の20晶族は、応力により双極子モーメントを誘起するいわゆる圧電性を示す。これら圧電性結晶のうち10晶族に族する結晶は結晶構造的に自発分極を持っている。これを極性結晶又は焦電性結晶という。焦電性とは、結晶の温度変化により双極子モーメントを誘起する現象である。

結晶を対称中心の有無、極性・非極性、あるいは圧電性・焦電性の有無によって分類すると、表2.1.1のようになる。

分類＼結晶系＼個数			立方		六方		正方		三方（菱面体）		斜方	単斜	三斜	結晶系＼ベクトル成分＼分類		
非極性(22)	対称中心あり(11)	11	㉜ O_h	㉙ T_h	㉗ D_{6h}	㉓ C_{6h}	⑮ D_{4h}	⑪ C_{4h}	⑳ D_{3d}	⑰ C_{3i}	⑧ D_{2h}	⑤ C_{2h}	② C_i		非圧電性(12)	
	対称中心なし(21)	11	㉛ O											000		
				㉘ T	㉖ D_6	㉑ C_{3h}	⑭ D_4	⑨ S_4	⑲ D_3		⑦ D_2				非焦電性(10)	圧電性(20)
			㉚ T_d		㉔ D_{3h}		⑫ D_{2d}									
極性(10)		10			㉕ C_{6v}	㉒ C_6	⑬ C_{4v}	⑩ C_4	⑱ C_{3v}	⑯ C_3	⑥ C_{2v}	④ C_2		$00P_3$	焦電性(10)	
												③ Cs		P_1P_20		
													① C_1	$P_1P_2P_3$		

〔注〕（1）対称性はシェーン・フリース（Schönflies）の記号（Sch 記号）を用いた。
（2）P_1、P_2、P_3、はゆるされる自発分極のベクトル成分。
（3）○内の番号は、晶族のクラスNo。

表2.1.1 対称性、極性の有無および圧電性、焦電性による分類

2－2 分極反転と残留分極

強誘電体は、自発分極を持ち、外部電界によってその向きが反転する性質を持っている。自発分極の向きを反転させるためには外部から逆向きの高い電界を印加するが、電界の強さがある値以上でないと反転しないため、強誘電体に加わる電界$\boldsymbol{E}$と電気変位$\boldsymbol{D}$との間には、図2.2.1に示すような強誘電性ヒステリシスと呼ばれる非線形な関係が存在する。

図2.2.1でP_sは自発分極の大きさ、P_rは残留分極、E_cは抗電力である。強誘電体は、強誘電相の他に常誘電相としての性質も合わせて持っているのでその全分極Pは、次式で表わされる。

$$P = P_s + \gamma \boldsymbol{E}_d \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (2.2.1)$$

P_s ：自発分極の大きさ。

γ ：分極率。

$\boldsymbol{E}_d$ ：強誘電体内部の電界の強さ。

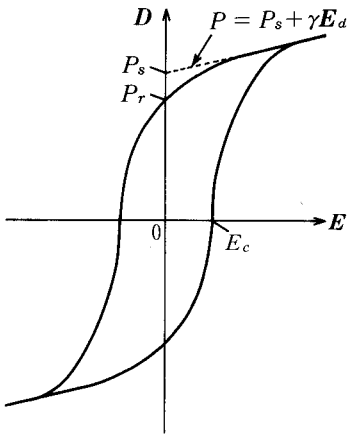


図2.2.1 強誘電体の $\boldsymbol{D}$-$\boldsymbol{E}$ ヒステリシス曲線

2－3 ペロブスカイト結晶構造

圧電セラミックの材料として用いられている$BaTiO_3$, $PbTiO_3$, $Pb(Zr\cdot Ti)O_3$, $(NaK)NbO_3$などの強誘電体は、ペロブスカイト形と呼ばれる結晶構造を持っている。

図2.2.2は、ペロブスカイト形強誘電体のうちで、最も代表的な$BaTiO_3$（チタン酸バリウム）の高温（キュリー点以上）における結晶構造の概念図である。構造式はABO_3で表わされ、Aは、Ba^{2+}、BはTi^{4+}、OはO^{2-}のイオンがそれぞれ位置している。$PbTiO_3$の場合はBa^{2+}の代りにPb^{2+}が置換された構造になっている。

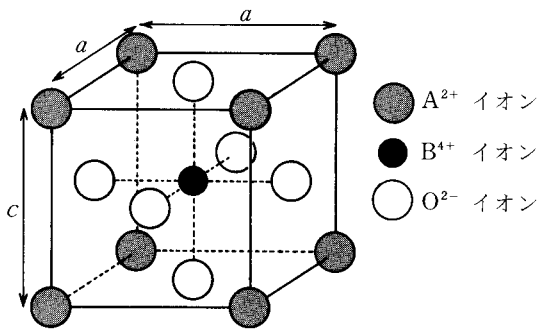


図2.2.2 ペロブスカイト形結晶構造概念図
（立方晶形・高温形 $a = c$）

2－4 キュリー点

ペロブスカイト形強誘電性結晶は、一般に高温では立方晶系、室温では正方晶系の結晶構造を持つものが多い。高温では立方晶系（常誘電相，$a = c$）のため自発分極は持たないが、温度が下がると相転移点を通過して正方晶系（強誘電相，$a \neq c$）になり自発分極を生ずる。この相転移する温度をキュリー点と呼び純粋な$PbTiO_3$の場合は約490°C附近にある。普通、強誘電体のキュリー点は1つのものがほとんどであるが、$BaTiO_3$のようにキュリー点が3つあるものもある。

相転移を起こす原因は、誘電率のソフト化に起因する。すなわち、誘電率 ε は温度 T に対し

$$\varepsilon = \frac{C}{T-\theta_0} \quad \cdots\cdots (2.2.2)$$

（但し：C, θ_0 は定数）

で示されるキュリー・ワイスの法則に従い T が高温から θ_0 へ向けて低下すると ε が∞へ増大（ソフト化）し、その結果、結晶が不安定となり θ_0 を境に相転移することになる。この θ_0 がキュリー点である。

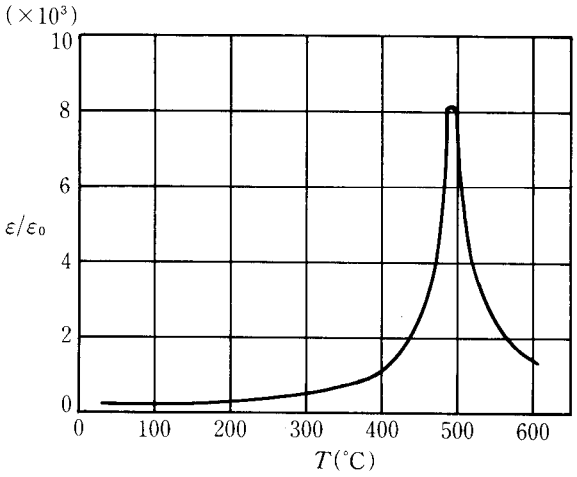


図2.2.3　$PbTiO_3$ 単結晶の誘電率温度特性

§3. 圧電セラミックの物性

3－1 圧電セラミックの分極と分域構造

強誘電性結晶は常誘電相からキュリー点を経て強誘電相に転移するとき自発分極の方向が異なる多くの分域（ドメイン：domain）に分かれる。

分域の形状、大きさは結晶構造、結晶欠陥、内部ひずみなどによって異なるが、数 μm 程度の厚みを持つ層状のものが多い。写真3.1.1は $Pb(Zr\cdot Ti)O_3$ の電子顕微鏡写真であるが、ドメインの様子がよくわかる。

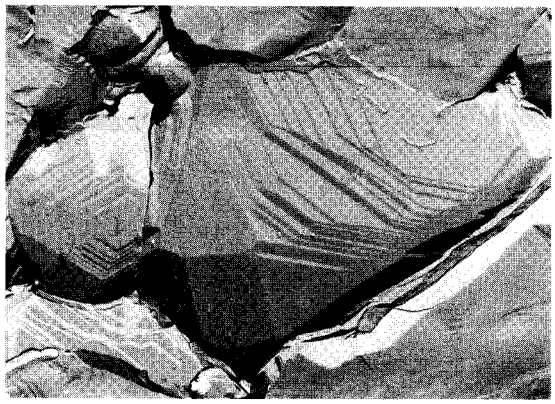


写真3.1.1　$Pb(Zr\cdot Ti)O_3$ の自然面の電子顕微鏡写真。（総合6000倍）

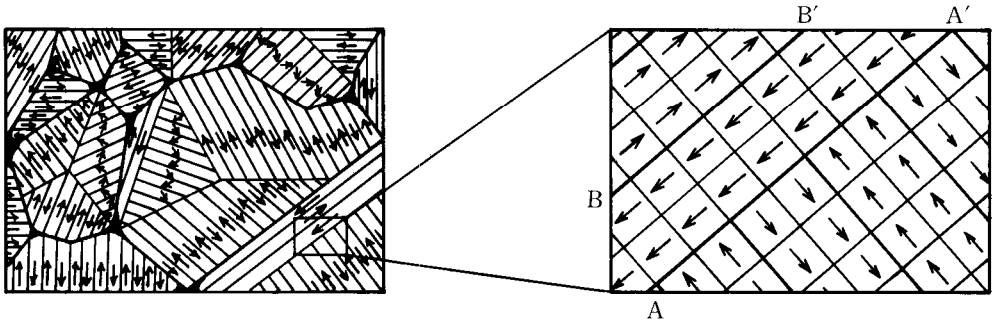


図3.1.1　$BaTiO_3$ の分域構造

図3.1.1は、正方晶系の例で、矢印は結晶の c 軸方向を示す。c 軸が直交している所の境界（A-A′）を90°分域壁、反平行になっている境界（B-B′）を180°分域という。その他に斜方晶系では60°、90°、120°、180°分域壁、三方晶系（菱面体）では、71°、109°、180°分域壁が見られる。

この状態では各分域の自発分極とそれによって生ずる圧電効果も相互に打消し合って、セラミック全体としては圧電性は見られない。しかし、外部からある値以上の電界を加えるとc軸が90°

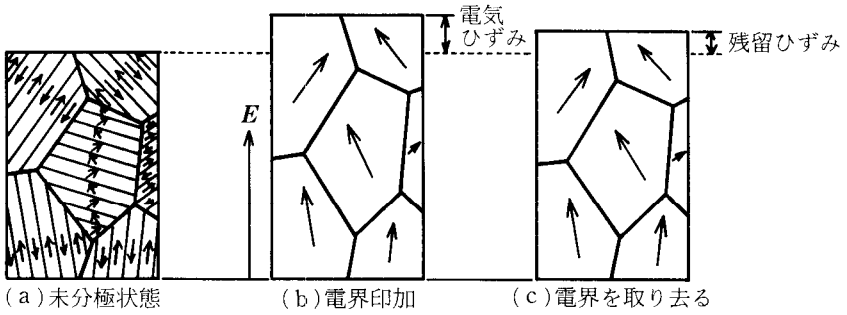


図3.1.2　圧電セラミックの分極処理

反転あるいは180°反転して結晶軸が全部揃った単一分域の結晶となる。このように分域が反転することをドメイン・スイッチングといい、この操作を分極という。(図3.1.2) 分極処理された圧電セラミックは、外部からの微少電界に応じて圧電効果を示すようになる。

図3.1.3は、分極処理された圧電セラミックの基本動作を示したものである。すなわち、圧電効果とは、外部から加えられたひずみや電荷を打ち消す方向に圧電体内部で電荷やひずみを生ずる

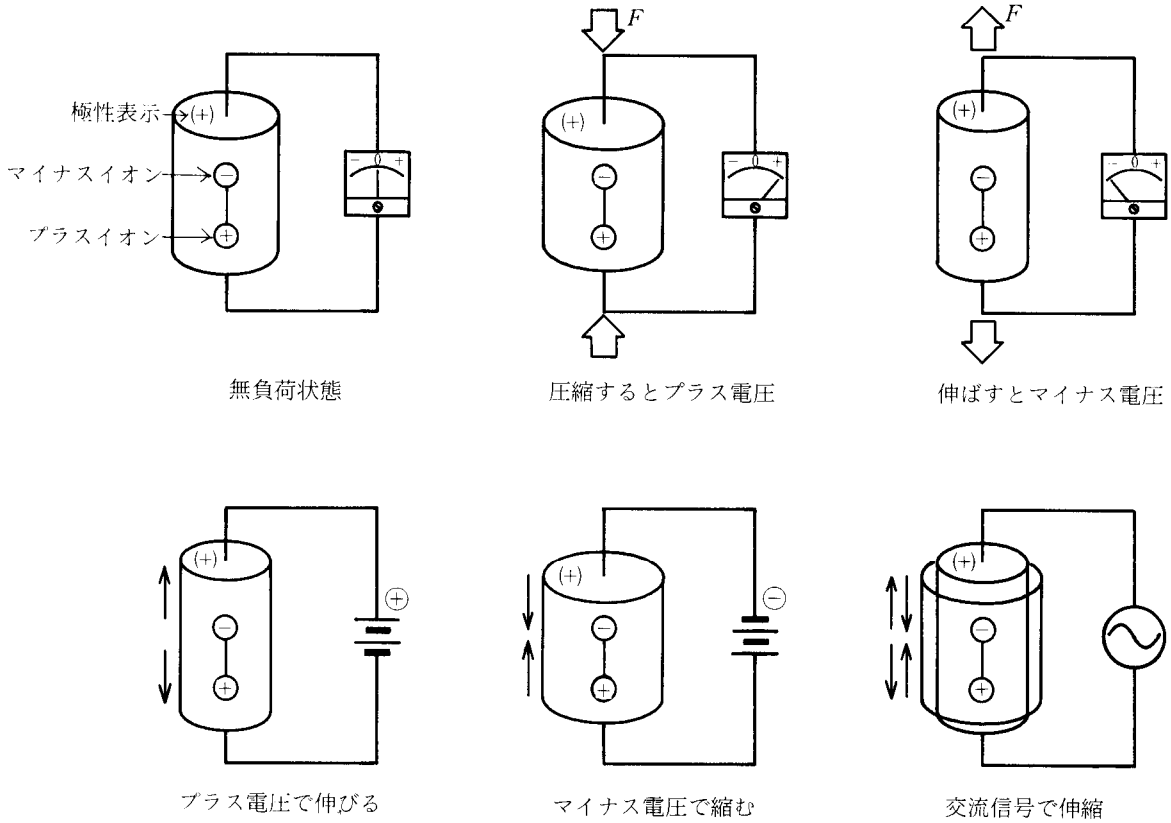


図3.1.3　分極処理された圧電セラミックの基本動作

現象である。なお、極性表示は、分極時にプラス電圧を印加した電極面を⊕極と表示し、後述するテンソル表記法では、分極方向を3軸（z軸）と定める。

3－2 圧電効果

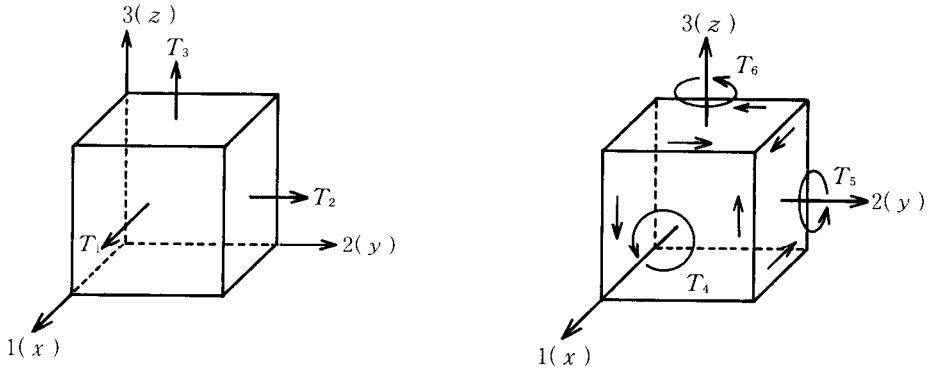
結晶は、それを構成している原子やイオンの対称性によって32の晶族に分類される。(表2.1.1参照) そのうちの20晶族に族する結晶では結晶に機械的応力を加えると応力に比例した電気分極を生じ電界が発生する (正効果)。逆に結晶に電界を加えて電気分極を起こさせると電界に比例したひずみを生ずる (逆効果)。このような現象を圧電効果といい、圧電効果を示す20晶族の結晶を圧電性結晶又は圧電体という。

圧電体では、応力$\boldsymbol{T}$およびひずみ$\boldsymbol{S}$ (機械的パラメータ) と電界$\boldsymbol{E}$および電気変位$\boldsymbol{D}$ (電気的パラメータ) とが圧電効果を介して互いに結び合っている。

電界$\boldsymbol{E}$、電気変位$\boldsymbol{D}$はベクトル量であるから3つの成分を持ち、応力$\boldsymbol{T}$、歪$\boldsymbol{S}$は対称テンソル量であるから6つの成分を持つ。いま結晶に適当な座標軸をあてはめ、そのx，y，z方向の電界の成分をE_1，E_2，E_3、電気変位の成分をD_1，D_2，D_3とする。応力の成分のうちx，y，z方向の縦応力の成分をT_1，T_2，T_3、せん断応力をT_4，T_5，T_6とし、歪成分のうち縦歪をS_1，S_2，S_3、せん断歪をS_4，S_5，S_6とする。これらの記号とテンソル記号との対応は表3.2.1の通りである。

応力$\boldsymbol{T}$	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6
	T_{11}	T_{22}	T_{33}	T_{23}	T_{13}	T_{12}
歪 $\boldsymbol{S}$	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6
	S_{11}	S_{22}	S_{33}	$2S_{23}$	$2S_{13}$	$2S_{12}$

表3.2.1 応力および歪のテンソル記号



(a)縦 応 力　　(b)せん断応力

図3.2.1 応力の成分

さて、圧電体に応力$\boldsymbol{T}$が加わると$\boldsymbol{S}=s\boldsymbol{T}$なるひずみを発生するが、それと合わせて圧電正効果によって応力に比例した電気変位$\boldsymbol{D}=d\boldsymbol{T}$を生ずる。逆に電界$\boldsymbol{E}$を加えると$\boldsymbol{D}=\varepsilon\boldsymbol{E}$なる電気変位を生ずるが、その他に圧電逆効果によって電界に比例したひずみ$\boldsymbol{S}=d_t\boldsymbol{E}$を発生する。

したがって、圧電体に応力$\boldsymbol{T}$と電界$\boldsymbol{E}$が加わった場合に発生するひずみ$\boldsymbol{S}$と電気変位$\boldsymbol{D}$は、

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{S} &= s^{E}\boldsymbol{T} + d_t\boldsymbol{E}\\ \boldsymbol{D} &= d\boldsymbol{T} + \varepsilon^{T}\boldsymbol{E}\end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots (3.2.1)$$

但し、s^E：弾性コンプライアンス（$\boldsymbol{E}$＝一定）
d ：圧電歪定数
ε ：誘電定数

で表わされる。また、式3.2.1の独立変数をかえて$\boldsymbol{T}$と$\boldsymbol{D}$について解くと

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{S} &= s^{D}\boldsymbol{T} + g_t\boldsymbol{D}\\ \boldsymbol{E} &= -g\boldsymbol{T} + (1/\varepsilon^{T})\boldsymbol{D}\end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots (3.2.2)$$

と表わすことができる。ここにdは圧電歪定数、gは電圧出力係数と呼ばれる。以上をまとめると表3.2.2のようになる。式3.2.1をすべての成分について書くと次式のようになる。

$$\begin{bmatrix}S_1\\S_2\\S_3\\S_4\\S_5\\S_6\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}s_{11}\ s_{12}\ s_{13}\ s_{14}\ s_{15}\ s_{16}\\ s_{12}\ s_{22}\ s_{23}\ s_{24}\ s_{25}\ s_{26}\\ s_{13}\ s_{23}\ s_{33}\ s_{34}\ s_{35}\ s_{36}\\ s_{14}\ s_{24}\ s_{34}\ s_{44}\ s_{45}\ s_{46}\\ s_{15}\ s_{25}\ s_{35}\ s_{45}\ s_{55}\ s_{56}\\ s_{16}\ s_{26}\ s_{36}\ s_{46}\ s_{56}\ s_{66}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}T_1\\T_2\\T_3\\T_4\\T_5\\T_6\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}d_{11}\ d_{21}\ d_{31}\\ d_{12}\ d_{22}\ d_{32}\\ d_{13}\ d_{23}\ d_{33}\\ d_{14}\ d_{24}\ d_{34}\\ d_{15}\ d_{25}\ d_{35}\\ d_{16}\ d_{26}\ d_{36}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}E_1\\E_2\\E_3\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}D_1\\D_2\\D_3\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}d_{11}\ d_{12}\ d_{13}\ d_{14}\ d_{15}\ d_{16}\\ d_{21}\ d_{22}\ d_{23}\ d_{24}\ d_{25}\ d_{26}\\ d_{31}\ d_{32}\ d_{33}\ d_{34}\ d_{35}\ d_{36}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}T_1\\T_2\\T_3\\T_4\\T_5\\T_6\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\varepsilon_{11}\ \varepsilon_{12}\ \varepsilon_{13}\\ \varepsilon_{12}\ \varepsilon_{22}\ \varepsilon_{23}\\ \varepsilon_{13}\ \varepsilon_{23}\ \varepsilon_{33}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}E_1\\E_2\\E_3\end{bmatrix} \qquad (3.2.1)'$$

式3.2.1′は三斜晶系の場合で最も一般的なものであるが、普通の結晶はその対称性によって、定数に対称要素のあるものは0になり、場合によっては同じ値になるのでこれらはもっと簡単になる。また、他のパラメータおよび定数についても、e、g、hはdと、cはsと同様である。（表3.2.2）そして、他の結晶系についての弾性、圧電、誘電定数の成分については、マトリクスにして表3.2.3に示す。

機械的パラメータ		$\boldsymbol{S}$歪　　$\boldsymbol{T}$応　　力
電気的パラメータ		$\boldsymbol{D}$電気変位　　$\boldsymbol{E}$電　　界
基本式	d　形　式	$\boldsymbol{S}=s^E\boldsymbol{T}+d_t\boldsymbol{E}$ $\boldsymbol{D}=d\boldsymbol{T}+\varepsilon^T\boldsymbol{E}$
	e　形　式	$\boldsymbol{T}=c^E\boldsymbol{S}-e_t\boldsymbol{E}$ $\boldsymbol{D}=e\boldsymbol{S}+\varepsilon^S\boldsymbol{E}$
	g　形　式	$\boldsymbol{S}=s^D\boldsymbol{T}+g_t\boldsymbol{D}$ $\boldsymbol{E}=-g\boldsymbol{T}+\beta^T\boldsymbol{D}$
	h　形　式	$\boldsymbol{T}=c^D\boldsymbol{S}-h_t\boldsymbol{D}$ $\boldsymbol{E}=-h\boldsymbol{S}+\beta^S\boldsymbol{D}$
諸定数間の関係	弾性スチフネス 〃 逆誘電率 〃	$c^E=1/s^E=(\boldsymbol{T}/\boldsymbol{S})_{E=0}$ $c^D=1/s^D=(\boldsymbol{T}/\boldsymbol{S})_{D=0}$ $\beta^T=1/\varepsilon^T=(\boldsymbol{E}/\boldsymbol{D})_{T=0}$ $\beta^S=1/\varepsilon^S=(\boldsymbol{E}/\boldsymbol{D})_{S=0}$
	圧電歪定数 圧電応力定数 電圧出力係数 圧電応力定数	$d=(\boldsymbol{S}/\boldsymbol{E})_{T=0}=(\boldsymbol{D}/\boldsymbol{T})_{E=0}=es^E=\varepsilon^Tg$ $e=-(\boldsymbol{T}/\boldsymbol{E})_{T=0}=(\boldsymbol{D}/\boldsymbol{S})_{E=0}=dc^E=\varepsilon^Sh$ $g=(\boldsymbol{S}/\boldsymbol{D})_{T=0}=-(\boldsymbol{E}/\boldsymbol{T})_{D=0}=hs^D=\beta^Td$ $h=-(\boldsymbol{T}/\boldsymbol{D})_{S=0}=-(\boldsymbol{E}/\boldsymbol{S})_{D=0}=gc^D=\beta^Se$
	$\varepsilon^T-\varepsilon^S=dc^Ed_t=es^Ee_t=de_t$ $\beta^S-\beta^T=hs^Dh_t=gc^Dg_t=hg_t$ $c^D-c^E=e_t\beta^Se=h_t\varepsilon^Sh=h_te$ $s^E-s^D=g_t\varepsilon^Tg=d_t\beta^Td=d_tg$	

注1　単位系はMKSを使用

注2　肩文字の意味は次の通りである。

c^E，s^E：$\boldsymbol{E}=0$で$\boldsymbol{E}$は一定
（電極間が短絡）

c^D，s^D：$\boldsymbol{D}=0$で$\boldsymbol{D}$は一定
（電極間が開放）

ε^T，β^T：$\boldsymbol{T}=0$で自由状態

ε^S，β^S：$\boldsymbol{S}=0$で束縛状態

注3　d_t，e_t，g_t，h_tの下付添字tは転置行列（行と列が入れ変ったもの）を表わす。

注4　符号は伸び歪を正、縮み歪を負とする。

注5　諸定数のテンソル記号の意味は次の通りである。

s_{11}
- 応力(又は歪)が1軸方向
- 歪(又は応力)が1軸方向

c_{55}
- せん断応力が2軸の回転方向
- せん断歪が2軸の回転方向

d_{31}
- 歪(又は応力)が1軸方向
- 電極面の法線方向が3軸方向
  - (電界方向)

g_{33}
- 応力(又は歪)が3軸方向
- 電極面の法線方向が3軸方向

d_{15}
- せん断歪が2軸の回転方向
- 電極面の法線方向が1軸方向

ε_{33}
- 電気変位が3軸方向
- 電極面の法線方向が3軸方向

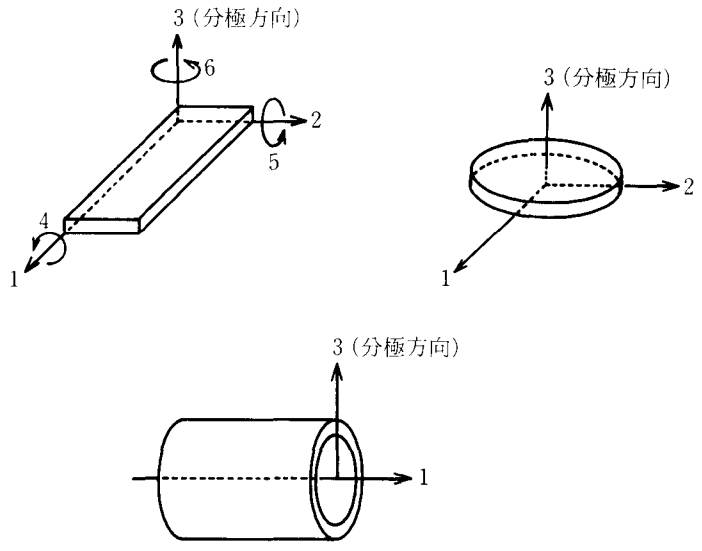
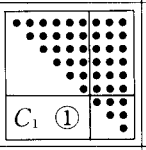
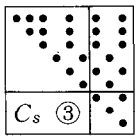
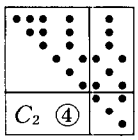
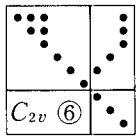
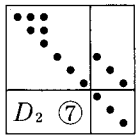
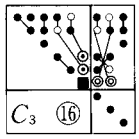
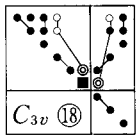
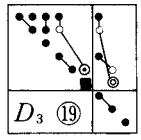
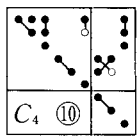
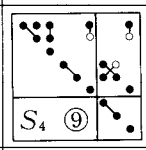
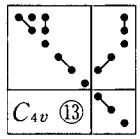
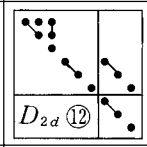
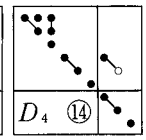
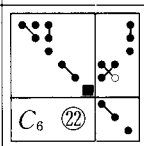
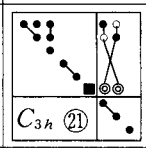
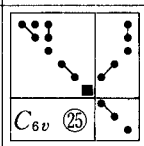
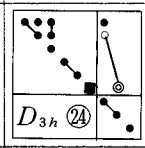
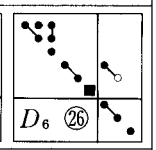
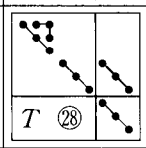
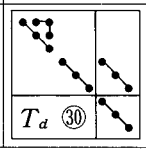


表3.2.2　圧電現象の基本式及び諸定数

	焦電性			非焦電性
	$P_1\ P_2\ P_3$	$P_1\ P_2\ 0$	$0\ 0\ P_3$	$0\ 0\ 0$
三斜晶系				
単斜晶系				
斜方晶系				
三方晶系（菱面体）				
				
正方晶系				
				 
六方晶系				
				 
立方晶系				
				

	μ	i
λ	1 2 3 4 5 6 2 3 弾性定数 $\begin{pmatrix} c_{\lambda\mu} \\ s_{\lambda\mu} \end{pmatrix}$ 4 5 6	1 2 3 圧電定数 $\begin{pmatrix} d_{i\lambda} \\ g_{i\lambda} \\ e_{i\lambda} \\ h_{i\lambda} \end{pmatrix}$
j	1 2 点群の名称 3	誘電定数 $\begin{pmatrix} \varepsilon_{ij} \\ \beta_{ij} \end{pmatrix}$

（注意）

(1)対称マトリクスは対角線の左下の成分を省いてある。

(2)空白の成分は 0 を意味する。

(3)直線で結んだ成分は数値が等しい。

(4)○は●の反対符号。

(5)◉と◎は s、d、g に対してのみ●と○の 2 倍の値。

(6)■は $s_{66}=2(s_{11}-s_{12})$ または $c_{66}=\frac{1}{2}(c_{11}-c_{12})$ を意味する。

(7)点群の名称は Sch 記号を用い、晶族のクラスNo.も並記した。

表3.2.3　圧電性晶族の弾性、圧電、誘電定数の成分マトリクス

3 — 3 電気機械結合係数

電気機械結合係数は、トランスデューサー（変換器）の電気対機械の変換能力を表わす係数で、圧電効果の大きさを表わす量の一つである。

いま、静的状態において、トランスデューサー（圧電体）に与えた電気入力 U_i のうち機械出力に変換される量を U_t とすると、電気機械結合係数 k は、

$$k=\sqrt{\frac{U_t}{U_i}} \quad \cdots\cdots (3.3.1)$$

で定義される。逆に機械入力 U_i の電気出力 U_t に対する比の平方根もまた、上と同じ値を示す。

U_i の中には、電気入力の場合、電気的にたくわえられるエネルギーの他に機械的に変換されるエネルギーも含まれており、その逆に機械入力の場合、機械的にたくわえられるエネルギーの他に電気的に変換されるものも含まれるので、単位体積当りの入力 U_i は、弾性エネルギー U_1 と電気エネルギー U_2 の積、すなわち

$$U_i = U_1 \times U_2 \quad \cdots\cdots (3.3.2)$$

で表わされる。

一方、出力 U_t については単位体積当りの圧電エネルギーを U_{12} とすると、

$$U_t = {U_{12}}^2 \quad \cdots\cdots (3.3.3)$$

で表わされる。よって、電気機械結合係数 k は、

$$k=\sqrt{\frac{U_t}{U_i}}=\sqrt{\frac{{U_{12}}^2}{U_1 U_2}} \quad \cdots\cdots (3.3.4)$$

で表わされる。いま、圧電性の基本式(式3.2.1)について考えてみる。

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{S} &= s^E \boldsymbol{T} + d_t \boldsymbol{E} \\ \boldsymbol{D} &= d\boldsymbol{T} + \varepsilon^T \boldsymbol{E} \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots (3.2.1)$$

まず、応力 $\boldsymbol{T}$ を 0 の状態（自由な状態）にして、これに電界 $\boldsymbol{E}$ を加えると電気エネルギー U_2 は、

$$U_2 = \frac{1}{2}\boldsymbol{D}\cdot\boldsymbol{E} = \frac{1}{2}\varepsilon^T \boldsymbol{E}^2 \quad \cdots\cdots (3.3.5)$$

このとき、$\boldsymbol{S} = d_t \boldsymbol{E}$ なる歪も発生するので、機械的に変換された弾性エネルギー U_1 は、

$$U_1 = \frac{1}{2}\boldsymbol{S}\cdot\boldsymbol{T} = \frac{1}{2}s^E \boldsymbol{T}^2 \quad \cdots\cdots (3.3.6)$$

となる。電気入力に対して機械出力（圧電エネルギー）U_t は、

$$U_t = {U_{12}}^2 = \left(\frac{1}{2}\boldsymbol{T}d_t\boldsymbol{E}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\boldsymbol{E}d\boldsymbol{T}\right)^2 \cdots\cdots (3.3.7)$$

となるので電気機械結合係数 k は、

$$k = \sqrt{\frac{{U_{12}}^2}{U_2 U_1}} = \sqrt{\frac{d^2}{\varepsilon^T s^E}} \cdots\cdots (3.3.8)$$

で定義される。以上は d 形式についての結合係数であるが、他の基本式についても解けば同様に求めることができる。すなわち、

$$k = \sqrt{\frac{d^2}{\varepsilon^T s^E}} = \sqrt{\frac{e^2}{\varepsilon^T c^E}} = \sqrt{\frac{\varepsilon^T g^2}{s^E}} = \sqrt{\frac{\varepsilon^S h^2}{c^E}} \cdots\cdots (3.3.9)$$

の関係がある。また、諸定数と結合係数 k との間には、

$$\frac{s^D}{s^E} = \frac{c^E}{c^D} = \frac{\varepsilon^S}{\varepsilon^T} = (1-k^2) \cdots\cdots (3.3.10)$$

の関係がある。また、結合係数 k は方向性があるため方向によって値が異なる。

棒の伸び方向
板の幅方向
円筒の拡がり方向

$$k_{31} = \sqrt{1-\frac{{s_{11}}^D}{{s_{11}}^E}} = \sqrt{\frac{{d_{31}}^2}{{\varepsilon_{33}}^T {s_{11}}^E}} \cdots\cdots (3.3.11)$$

円板の拡がり方向
円環の拡がり方向

$$k_p = \sqrt{\frac{2{d_{31}}^2}{{\varepsilon_{33}}^T({s_{11}}^E + {s_{12}}^E)}} = \sqrt{\frac{2}{1-\sigma^E}} \cdot \sqrt{\frac{{d_{31}}^2}{{\varepsilon_{33}}^T {s_{11}}^E}} = \sqrt{\frac{2}{1-\sigma^E}} k_{31}$$

$$\cdots\cdots 3.3.12)$$

棒の縦方向
円柱の縦方向

$$k_{33} = \sqrt{1-\frac{{s_{33}}^D}{{s_{33}}^E}} = \sqrt{\frac{{d_{33}}^2}{{\varepsilon_{33}}^T {s_{33}}^E}} \cdots\cdots (3.3.13)$$

板の厚み方向

$$k_t = \sqrt{1-\frac{{c_{33}}^E}{{c_{33}}^D}} = \sqrt{\frac{{e_{33}}^2}{{\varepsilon_{33}}^S {c_{33}}^D}} \cdots\cdots (3.3.14)$$

厚みすべり方向

$$k_{15} = \sqrt{1-\frac{{\varepsilon_{11}}^S}{{\varepsilon_{11}}^T}} = \sqrt{1-\frac{{s_{44}}^D}{{s_{44}}^E}} = \sqrt{\frac{{d_{15}}^2}{{\varepsilon_{11}}^T {s_{44}}^E}} \cdots\cdots (3.3.15)$$

§4. 圧電セラミックの製法(固相熱化学反応)

$BaTiO_3$ や $Pb\{Zr\cdot Ti\}O_3$、$PbTiO_3$ の合成方法には固相熱化学反応による方法、溶液からの共沈法、高圧水熱合成法などがある。

一般的にはコストや生産性の観点から固相反応法が用いられる。図4.1.1は固相熱化学反応法による圧電セラミック製造工程を示したものである。

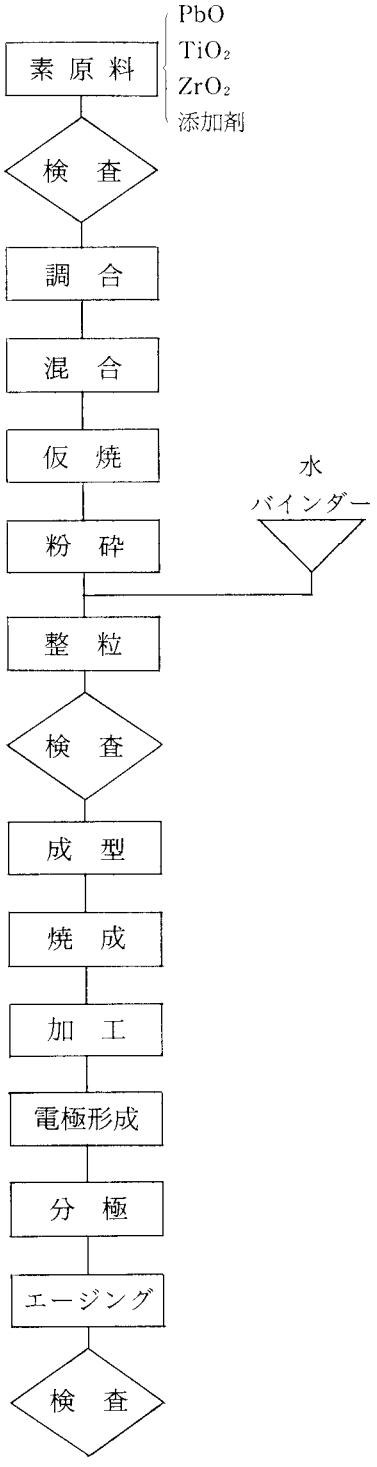


図4.1.1 圧電セラミック製造工程
(固相熱化学反応法)

(素原料)

焼結性、圧電性を改善するため、通常 Pb、Zr、Ti、の構成元素の一部をアルカリ土類金属や遷移元素と置換する目的で金属酸化物が加えられる。

(仮　焼)

原料を分解すると共に固相熱化学反応により固溶体化する工程である。(800～1000℃)

(粉　砕)

仮焼されたものを中心粒径5 μm 程度の微粒子に湿式粉砕する。

(整　粒)

成形時に粉末と金型との間の摩擦を少なくし成形品の強度を増すために、有機質の粘結剤(バインダー)を使って仮焼粉を顆粒状にする。

(成　形)

磁器の基本的な形状が与えられる。主として乾式成形の方法がとられ、50～300[MPa]の圧力が用いられる。

(焼　成)

未反応部分の化学反応を完結させると共に磁器化反応を行ない、緻密化させる工程である。(1150～1350℃)

(加　工)

研磨や切断によって目標形状に加工する。

(電極形成)

電極は、通常ガラスフリットを含む銀ペーストを焼付け、5～10 μm の電極膜を形成する。

(分　極)

等方性微結晶軸の方向を高電界印加により、特定方向に揃え圧電性を与える。[2～5kV/mm(DC)]

§5. 圧電セラミック振動子

圧電セラミックは未分極の状態では等方性で圧電性は現われないが、分極処理を施すと分極軸は無限次（$C_{\infty v}$）の回転対称軸になり、それと垂直な面内では等方性となる。分極軸を3軸（またはz軸）に選び3軸に垂直な面内で直交する二軸を1軸（またはx軸）、2軸（またはy軸）とすれば圧電方程式の定数マトリクスはC_6v晶族の結晶と同様たいへん簡単になる。（表5.1.1）すなわち式3.2.1において0でない独立の定数は

s_{11}^E	s_{12}^E	s_{13}^E	0	0	0	0	0	d_{31}
s_{12}^E	s_{11}^E	s_{13}^E	0	0	0	0	0	d_{31}
s_{13}^E	s_{13}^E	s_{33}^E	0	0	0	0	0	d_{33}
0	0	0	s_{44}^E	0	0	0	d_{15}	0
0	0	0	0	s_{44}^E	0	d_{15}	0	0
0	0	0	0	0	$2(s_{11}^E - s_{12}^E)$	0	0	0
0	0	0	0	d_{15}	0	ε_{11}^T	0	0
0	0	0	d_{15}	0	0	0	ε_{11}^T	0
d_{31}	d_{31}	d_{33}	0	0	0	0	0	ε_{33}^T

表5.1.1　圧電セラミックの定数マトリクス（C_{6v}）

s_{11}^E, s_{12}^E, s_{13}^E, s_{33}^E, s_{44}^E, d_{31}, d_{33}, d_{15}, ε_{11}^T, ε_{33}^T の10個であり、他の形式の圧電方程式においても同様10個である。

ここで注意を要するのは、これらの定数は微少振幅に対してのみ有効で、大振幅駆動の振動子にはそのまま適用できない。振幅が大きくなると誘電損失 $\tan\delta$ や機械的損失 $1/Q_m$ が増加し、弾性的な非線形現象によるヒステリシスやジャンプ現象などが現われてくるため定数を評価する場合には特別に測定条件を決めて行なう必要がある。

5－1　振動モードと等価回路

圧電セラミック振動子の振動モードには大きく分けて横効果の振動と縦効果の振動がある。横効果は分極方向（電界の方向）と振動方向（弾性波の伝搬方向）とが直交している場合をいい、縦効果とはそれらが平行の場合をいう。分極軸と電界軸が直交している厚みすべり振動子の場合も、分極軸と電界軸を含む面内に生ずるズレの振動で、すべり方向が分極軸と直交している場合を横効果、平行の場合を縦効果という。

振動子のアドミッタンスを表わす式は、横効果の場合は式5.1.1、縦効果の場合は式5.1.2で表わされる。これらの式中の一般関数Mは実周波数軸上に無数の極を有する。これらの極に関して関数Mを展開すると振動子の等価回路が得られる。なお、横効果の極は共振周波数、縦効果の極は反共振周波数に対応する。

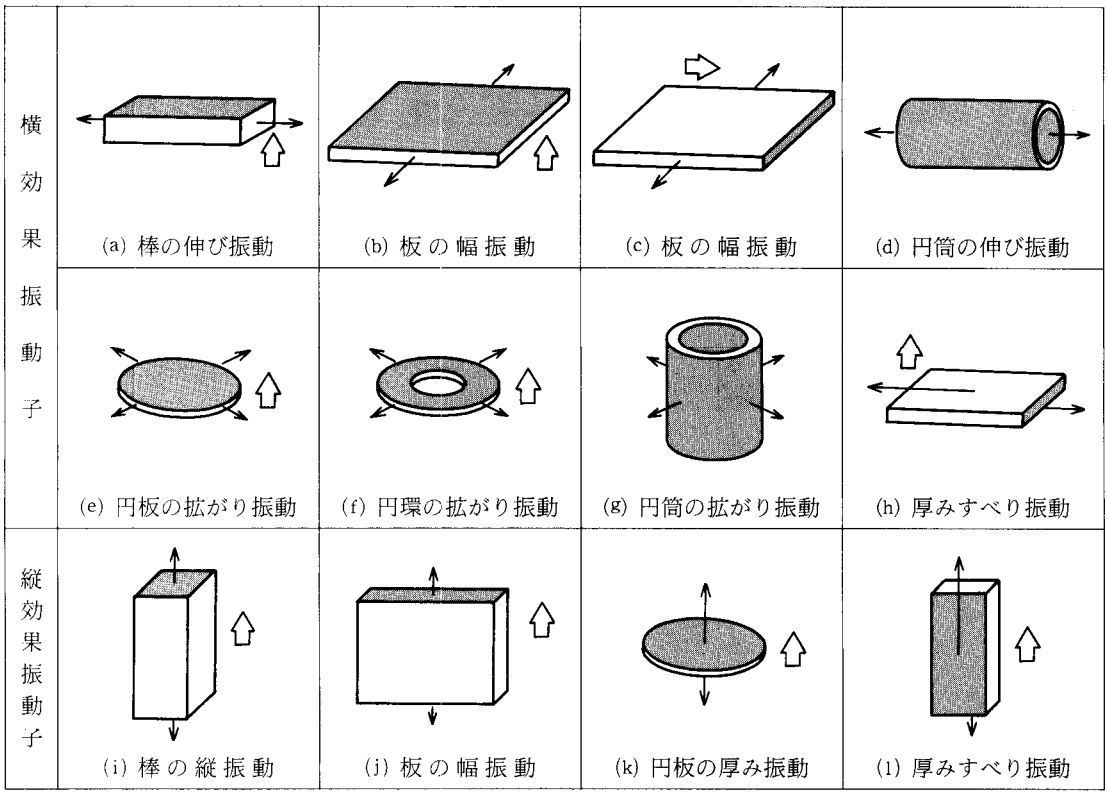


図5.1.1　振動子の形状と振動モード

$$\dot{Y} = j\omega C_D\left(1+\frac{k^2}{1-k^2}M\right) \quad \cdots\cdots (5.1.1)$$

$$\dot{Y} = \frac{j\omega C_D}{1-k^2M} \quad \cdots\cdots (5.1.2)$$

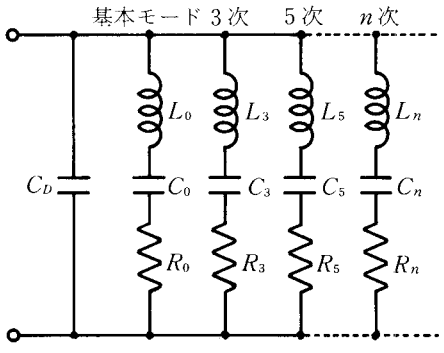


図5.1.2　横効果振動子の等価回路

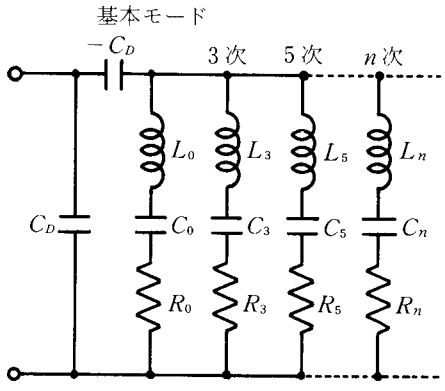


図5.1.3　縦効果振動子の等価回路

図5.1.2及び図5.1.3でC_Dは部分拘束容量、L_0、C_0は基本モードの等価リアクタンス、R_0は種々の損失、L_3、C_3及びL_5、C_5はそれぞれ3次、5次の等価リアクタンスでR_3、R_5はそれぞれの損失を表わしている。

これらの等価回路を共振点近傍で簡易化したものが図5.1.4の等価回路である。ここにC_dは振動子の誘電率と電極寸法から決まる容量で振動子中を流れる電流成分を表わしている。L_1，C_1は振動子の振動モード，素子の寸法，弾性定数，密度，圧電定数などによって決まる圧電的機械振動を表わしており、R_1は機械的振動損失を表わしている。

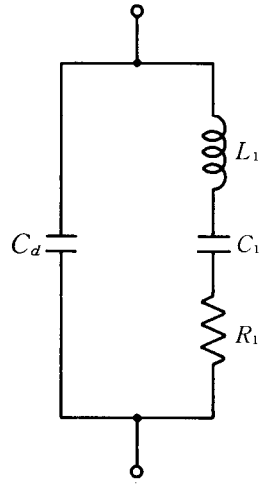


図5.1.4　共振点近傍の等価回路

例として、棒の伸び振動（横効果）のときのL_1，C_1，C_dは次式で与えられる。

$$C_1=\frac{8}{\pi^2}\left(\frac{\ell w}{t}\varepsilon_{33}{}^T\right)k_{31}{}^2=\frac{8}{\pi^2}C^Tk_{31}{}^2 \quad \cdots\cdots (5.1.3)$$

$$L_1=\frac{\rho\ell wt}{8}\left(\frac{s_{11}{}^E}{wd_{31}}\right)^2 \quad \cdots\cdots (5.1.4)$$

$$C_d=(1-k_{31}{}^2)C^T \quad \cdots\cdots (5.1.5)$$

但し　ℓ：振動子の長さ　　ρ：密度
　　w：振動子の幅　　C^T：自由容量
　　t：振動子の厚さ　　（at 1kHz）

また、この等価回路の自由アドミッタンス（電気的入力端から見たアドミッタンス）は次式で与えられる。

$$\dot{Y}=j\omega C_d+\frac{1}{R+j\omega L_1+\dfrac{1}{j\omega C_1}} \quad \cdots\cdots (5.1.6)$$

式5.1.6の第1項を制動アドミッタンス$\dot{Y}_d$、第2項を動アドミッタンス$\dot{Y}_m$といい、$\dot{Y}_m$は複素平面上でアドミッタンス円を描く。

5－2　アドミッタンス特性

図5.1.4の等価回路で示される振動子のアドミッタンスを複素平面上に表わすと、図5.2.1に示すような中心が〔$1/2R_1$，ωC_d〕にある円となる。この動アドミッタンス円から諸々の圧電定数や弾性定数などを求めることができる。なお、図中の各周波数は次のように定義される。

f_s：機械的直列共振周波数（コンダクタンス最大の周波数）
f_p：機械的並列共振周波数
f_r：共振周波数
f_a：反共振周波数
　（サセプタンス＝0あるいは位相＝0の周波数）
f_m：アドミッタンスの絶対値が極大になる周波数
f_n：アドミッタンスの絶対値が極小になる周波数
f_1：サセプタンスが極大になる周波数
f_2：サセプタンスが極小になる周波数
　象限周波数

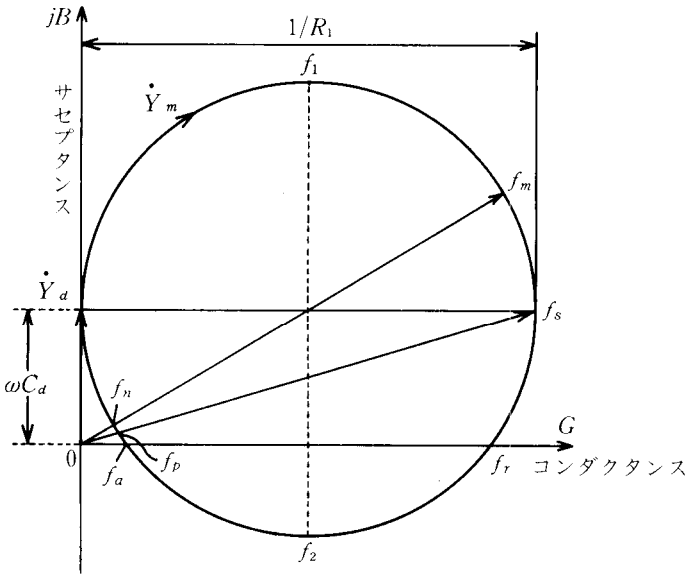


図5.2.1　振動子の動アドミッタンス円

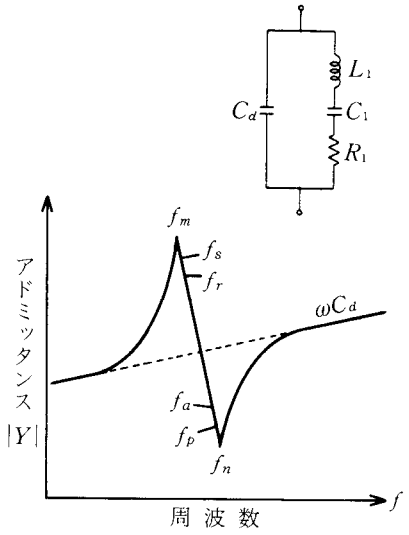


図5.2.2　振動子のアドミッタンス特性

この振動子の機械的直列共振周波数 f_s 及び並列共振周波数 f_p は次式で与えられる。

$$f_s = \frac{1}{2\pi}\frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{2\ell}\sqrt{\frac{1}{\rho {s_{11}}^E}} \quad \cdots\cdots (5.2.1)$$

$$f_p = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{C_1+C_d}{L_1 C_1 C_d}} = \frac{1}{2\pi}\frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}\sqrt{1+\frac{1}{r}} = \frac{1}{2\ell}\sqrt{\frac{1}{\rho {s_{33}}^D}} \quad \cdots\cdots (5.2.2)$$

ここで式5.2.2中の r を容量比とよび

$$r = \frac{C_d}{C_1} = \frac{{f_s}^2}{{f_p}^2 - {f_s}^2} \quad \cdots\cdots (5.2.3)$$

で与えられ

$${k_{31}}^2 = \frac{1}{1+r} \quad \cdots\cdots (5.2.4)$$

として k_{31} を求めることができる。そして、横効果では式5.2.1から弾性定数の s^E あるいは c^E が、縦効果では式5.2.2から s^D あるいは c^D をそれぞれ求めることができる。

また、f_1、f_2 を象限周波数といい、動アドミッタンスの絶対値が f_s の $1/\sqrt{2}$ になる周波数である。したがって $f_2 - f_1$ を半値幅と呼び

$$Q_m = \frac{f_s}{f_2 - f_1} = \frac{1}{2\pi f_s C_1 R_1} = \frac{2\pi f_s L_1}{R_1} \quad \cdots\cdots (5.2.5)$$

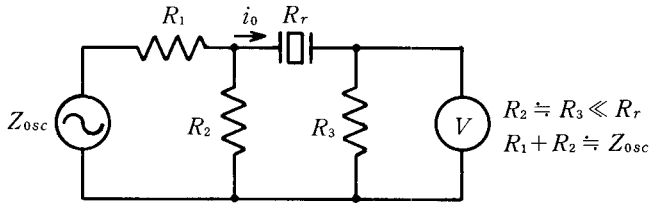
として機械的品質係数 Q_m を求めることができる。

5－3 圧電諸定数

（a）測定回路

圧電諸定数を測定するための測定回路には、ベクトルインピーダンスメーターを使用する方法と伝送回路を利用する方法とがある。通常は後者の伝送回路を利用する方法が用いられる。この場合、注意を要することは、振動子に損失（ωC_d）がある場合、共振周波数として実際に測定できるのは、アドミッタンスの極大点（f_m）あるいはサセプタンスがゼロの点（f_r）であるため共振周波数 f_s に対し僅かな誤差を生ずるということである。(図5.2.1参照)

さて、伝送回路には、定電圧回路と定電流回路がある。



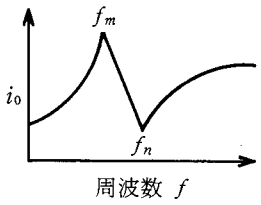
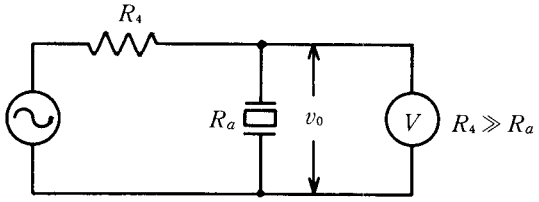


図5.3.1　定電圧回路



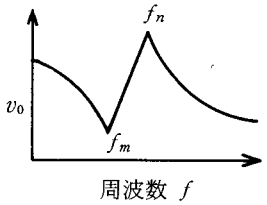


図5.3.2　定電流回路

定電圧回路は、試料に一定電圧の信号を加えその周波数 f を変えて試料に流れる電流がそれぞれ極大，極小になる周波数（f_m，f_n）を求めるもので、試料に一定電圧を加えるために R_2、R_3 は発振器の出力インピーダンス z_{osc} および試料の共振抵抗 R_r よりも十分小さくする必要がある。(1～10〔Ω〕程度)

振動子の形状によっては試料のインピーダンスが低くなりすぎて先の条件を満たすのが困難な場合がある。このような場合には定電流回路を用いる。この方法は試料に一定電流の信号を流し、その周波数 f を変えて試料に加わる電圧が極小、極大になる周波数 f_m，f_n を求めるものである。この場合、振動子が一定電流源で駆動されるように試料のインピーダンス R_a に対し R_4 を十分大きくすると測定精度が高くなる。(100〔kΩ〕程度)

（b）電気機械結合係数

セラミック振動子の直列・並列共振周波数の間隔 $\Delta f = f_p - f_s$ は制動容量 C_d には無関係で電気機械結合係数のみで定まる。逆に Δf を測定することにより結合係数を求めることができる。しかし、実際には（f_s，f_p）を測定するためにはアドミッタンスループの作図が必

要になるなどたいへん手間がかかるため（f_s，f_p）の代りに（f_m，f_n）あるいは（f_r，f_a）で代行されることが多い。このように振動子の動アドミッタンスの絶対値が極大，極小になる周波数（f_m，f_n）を測定し、その周波数から結合係数を算出する方法を共振反共振法という。

式5.3.1は尾上氏が導いたもので、ポアソン比σがかなり大幅に変っても同じ係数を用いて十分な精度が得られる近似式である。

$$\frac{1}{k^2} = a\frac{f_s}{\Delta f} + b \quad \cdots\cdots (5.3.1)$$

ここで係数a，bは振動モードによって異なり次表に示す値をとる。

振動モード			a	b
板の幅振動		(k_{31})	0.405	0.595
円筒の呼吸振動		(k_{31})	0.500	0.750
円板の拡がり振動		(k_p)	0.395	0.574
棒の縦振動		(k_{33})	0.405	0.810
板の厚み振動		(k_t)	0.405	0.810
厚みすべり振動	横効果	(k_{15})	0.405	0.595
	縦効果	(k_{15})	0.405	0.810

ポアソン比 $\sigma = 0.3$

表5.3.1　振動モードと係数a，bの値

共振反共振法は比較的低い周波数の振動子に適した方法であるが板の厚み振動のような縦効果を利用した高周波振動子では径方向や幅方向の高周波振動など不要振動によるスプリアスが多く共振反共振周波数を精度よく測定することがむずかしい。とりわけ反共振周波数の測定は困難である。そこで次のような方法が用いられる。

一般に、振動が純弾性的な場合、基本共振周波数と高次共振周波数との関係は整数比をなすが縦効果の振動子ではこの関係が反共振周波数に存在し、共振周波数では整数比をなさなくなる。つまり共振周波数は次式の根として与えられる。

$$\tan X = \frac{X}{k^2} \quad \cdots\cdots (5.3.2)$$

$$\text{但し} \quad X = \frac{\pi}{2}\frac{f_r}{f_a}$$

式5.3.2から明らかなように結合係数kは各共振周波数の比の関数であることがわかる。したがって共振周波数の比を測定することによって、結合係数kを求めることができる。表5.3.2は尾上氏による数表で結合係数と共振周波数比の関係を示したものである。

k	f_{s2}/f_{s1}	f_{s3}/f_{s1}	f_{s4}/f_{s1}	k	f_{s2}/f_{s1}	f_{s3}/f_{s1}	f_{s4}/f_{s1}
0.00	3.0000	5.0000	7.0000	0.50	3.3438	5.6142	7.8756
0.01	3.0001	5.0001	7.0002	0.51	3.3617	5.6459	7.9208
0.02	3.0004	5.0007	7.0011	0.52	3.3803	5.6790	7.9679
0.03	3.0009	5.0017	7.0025	0.53	3.3998	5.7136	8.0171
0.04	3.0017	5.0031	7.0044	0.54	3.4201	5.7496	8.0683
0.05	3.0027	5.0048	7.0069	0.55	3.4414	5.7872	8.1218
0.06	3.0039	5.0070	7.0100	0.56	3.4636	5.8265	8.1777
0.07	3.0053	5.0095	7.0136	0.57	3.4868	5.8675	8.2360
0.08	3.0069	5.0125	7.0178	0.58	3.5110	5.9104	8.2970
0.09	3.0088	5.0158	7.0226	0.59	3.5364	5.9553	8.3608
0.10	3.0109	5.0196	7.0280	0.60	3.5630	6.0023	8.4276
0.11	3.0132	5.0237	7.0339	0.61	3.5909	6.0516	8.4976
0.12	3.0157	5.0283	7.0404	0.62	3.6202	6.1032	8.5709
0.13	3.0185	5.0333	7.0476	0.63	3.6509	6.1573	8.6479
0.14	3.0215	5.0387	7.0553	0.64	3.6832	6.2142	8.7287
0.15	3.0247	5.0446	7.0637	0.65	3.7172	6.2740	8.8136
0.16	3.0282	5.0508	7.0726	0.66	3.7529	6.3369	8.9029
0.17	3.0320	5.0575	7.0822	0.67	3.7906	6.4032	8.9970
0.18	3.0360	5.0647	7.0925	0.68	3.8304	6.4731	9.0963
0.19	3.0402	5.0723	7.1033	0.69	3.8725	6.5470	9.2011
0.20	3.0447	5.0804	7.1149	0.70	3.9169	6.6251	9.3118
0.21	3.0495	5.0890	7.1271	0.71	3.9641	6.7077	9.4292
0.22	3.0545	5.0980	7.1400	0.72	4.0141	6.7955	9.5536
0.23	3.0598	5.1076	7.1536	0.73	4.0674	6.8887	9.6858
0.24	3.0654	5.1176	7.1680	0.74	4.1240	6.9879	9.8265
0.25	3.0713	5.1282	7.1830	0.75	4.1846	7.0938	9.9766
0.26	3.0775	5.1393	7.1989	0.76	4.2493	7.2069	10.1370
0.27	3.0840	5.1509	7.2154	0.77	4.3187	7.3282	10.3089
0.28	3.0908	5.1631	7.2328	0.78	4.3934	7.4585	10.4935
0.29	3.0979	5.1758	7.2510	0.79	4.4739	7.5990	10.6925
0.30	3.1053	5.1891	7.2700	0.80	4.5609	7.7507	10.9075
0.31	3.1131	5.2031	7.2899	0.81	4.6554	7.9154	11.1407
0.32	3.1212	5.2176	7.3107	0.82	4.7584	8.0947	11.3946
0.33	3.1297	5.2328	7.3323	0.83	4.8711	8.2908	11.6722
0.34	3.1386	5.2487	7.3549	0.84	4.9951	8.5062	11.9772
0.35	3.1478	5.2652	7.3785	0.85	5.1321	8.7443	12.3141
0.36	3.1575	5.2824	7.4031	0.86	5.2846	9.0090	12.6887
0.37	3.1675	5.3004	7.4287	0.87	5.4554	9.3054	13.1080
0.38	3.1780	5.3191	7.4554	0.88	5.6484	9.6400	13.5813
0.39	3.1889	5.3386	7.4831	0.89	5.8685	10.0214	14.1207
0.40	3.2003	5.3589	7.5121	0.90	6.1225	10.4611	14.7425
0.41	3.2122	5.3800	7.5422	0.91	6.4194	10.9750	15.4690
0.42	3.2245	5.4020	7.5735	0.92	6.7727	11.5857	16.3323
0.43	3.2374	5.4249	7.6062	0.93	7.2017	12.3270	17.3799
0.44	3.2508	5.4488	7.6402	0.94	7.7371	13.2515	18.6862
0.45	3.2647	5.4736	7.6755	0.95	8.4300	14.4471	20.3755
0.46	3.2792	5.4995	7.7124	0.96	9.3742	16.0753	22.6753
0.47	3.2944	5.5264	7.7507	0.97	10.7658	18.4732	26.0620
0.48	3.3102	5.5545	7.7907	0.98	13.1136	22.5162	31.7709
0.49	3.3266	5.5837	7.8323	0.99	18.4432	31.6878	44.7196
0.50	3.3438	5.6142	7.8756				

表5.3.2　結合係数と共振周波数比の関係

（c）静電容量

セラミック振動子の静電容量は1～10〔kHz〕程度のブリッジで測定することができる。ブリッジの周波数が試料の共振周波数よりも十分低い場合は、試料は交流電界に応じて自由に変形できるのでこれを自由静電容量 C^T と呼ぶ。これに対して共振周波数よりも十分高い周波数で測定した容量を拘束静電容量 C^S として区別している。しかし実際にはこれよりも多少大きい制動容量 C_d になる。振動子の静電容量を周波数を変化させて測定すると図5.3.3(a)のようになる。共振点でピークになるが共振点を過ぎると振動位相が反転するので容量も負のピークになる。

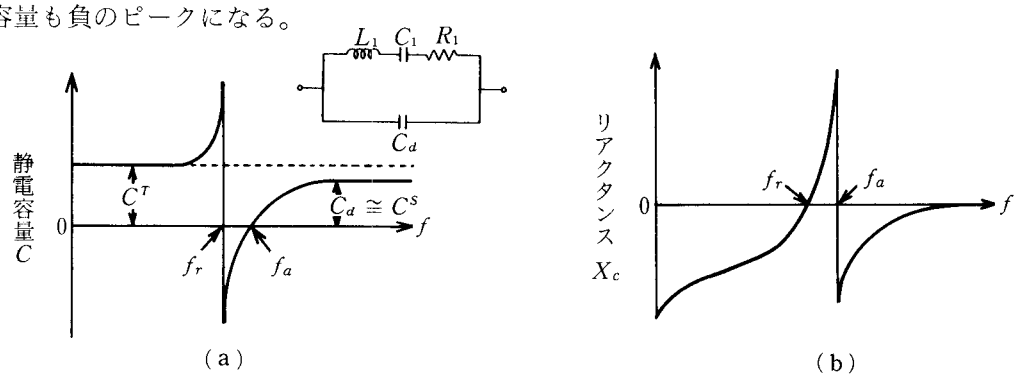


図5.3.3　圧電セラミック振動子の容量変化及びリアクタンス

静電容量と言うと、一般には C^T のことを指し、自由誘電率 ε^T がわかれば次式によって算出できる。

$$C^T = \frac{\varepsilon^T A}{t}〔\mathrm{F}〕 \quad \cdots\cdots (5.3.3)$$

但し　A：電極面積〔m²〕
　　t：電極間距離〔m〕
　　ε^T：自由誘電率〔F/m〕($\varepsilon^T = \varepsilon_0 \varepsilon_s$)

また、拘束誘電率 ε^S は、式3.3.10より、$\varepsilon^S = \varepsilon^T(1-k^2)$ によって求めることができるから、拘束静電容量 C^S は、次式で与えられる。

$$C^S = \frac{\varepsilon^S A}{t}〔\mathrm{F}〕 \quad \cdots\cdots (5.3.4)$$

（d）ポアソン比

ポアソン比とは垂直応力によって生ずる横ひずみと縦ひずみの比で定義される。

すなわち

$$\sigma^E = -\frac{{S_{12}}^E}{{S_{11}}^E} \quad \cdots\cdots (5.3.5)$$

で示される。チタン酸ジルコン酸鉛では通常0.27～0.4の値をとる。ポアソン比は、共振周波数、特に結合領域の共振に関係する量である。

(e) ヤング率(弾性スチフネス)

垂直応力とその方向の縦ひずみとの比をヤング率という。弾性コンプライアンス s または弾性スチフネス c は方向性がある場合は $c_{ij}=1/s_{ij}$ は成立しないが、特定の方向のみを対象にし、それ以外の方向を考えなければ $c=1/s$ となり、これは応力 $\boldsymbol{T}$ とひずみ $\boldsymbol{S}$ の比でヤング率のことである。すなわち

$$\boldsymbol{Y}^E=\left(\frac{\boldsymbol{T}}{\boldsymbol{S}}\right)_{E=0}=c^E=\frac{1}{s^E} \quad \cdots\cdots (5.3.6)$$

$$\boldsymbol{Y}^D=\left(\frac{\boldsymbol{T}}{\boldsymbol{S}}\right)_{D=0}=c^D=\frac{1}{s^D} \quad \cdots\cdots (5.3.7)$$

で定義される。圧電セラミックでは共振周波数を決定する周波数定数Nに直接関係する量である。ヤング率は通常チタン酸ジルコン酸鉛で $2\sim10\times10^{10}$〔N/m^2〕チタン酸鉛で $10\sim15\times10^{10}$〔N/m^2〕の値をもつ。(s^E と s^D の関係は式3.3.10 に示す。)

(f) 周波数定数

周波数定数Nは、該当する方向の長さ ℓ とその共振周波数 f_r との積すなわち

$$N=f_r\cdot\ell \quad \cdots\cdots (5.3.8)$$

で定義される。単位は〔m・Hz〕であるが実用的には〔mm・kHz〕が用いられる。

振動モード別の周波数定数は次式で示される。これらの式から他の圧電諸定数を求めることができる。

棒の長さ振動(横効果)　$N_{31}=f_r\ell=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{\rho {s_{11}}^E}}=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1-{k_{31}}^2}{\rho {s_{11}}^D}}$ …… (5.3.9)

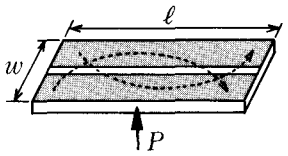
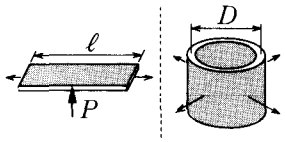
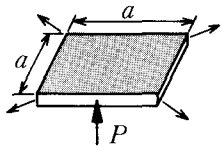
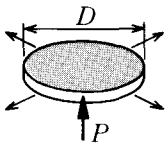
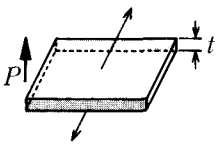
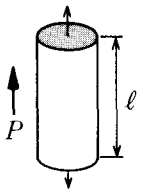
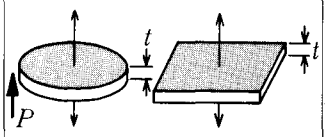
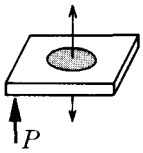
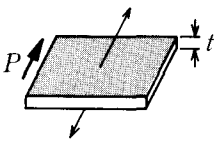
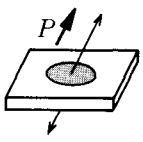
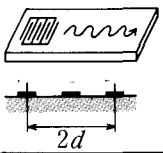
円板の径方向振動(横効果)　$N_p=f_rD=\frac{\eta_1}{\pi}\sqrt{\frac{1}{(1+\sigma^E)(1-\sigma^E)\rho {s_{11}}^E}}$ …… (5.3.10)

棒の長さ振動(縦効果)　$N_{33}=f_r\ell=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{{c_{33}}^E}{\rho}}=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{(1-{k_{33}}^2){c_{33}}^D}{\rho}}$ …… (5.3.11)

但し、${c_{33}}^E={c_{33}}^D(1-{k_{33}}^2)$ とする。

η_1：共振周波数の基準化周波数で $\sigma=0.35$ のとき 2.08 を用いて精度上十分である。

上式中の弾性定数は振動方向や振動子形状によって変わるので周波数定数も形状によって異った値を持つようになる。〔5－4(結合振動)参照〕その他の形状の基本共振周波数については図5.3.4 に示す。

	振動モード	振動子形状	とじ込め振動 部分振動	基本振動の共振周波数
横効果	屈曲振動			$f_r=\frac{\pi}{4\sqrt{3}}\cdot\frac{w}{\ell^2}\cdot\sqrt{\frac{2}{(1+\sigma^E)}}\cdot\sqrt{\frac{1}{\rho {s_{11}}^E}}$
	長さ振動 （呼吸振動）			$f_r=\frac{1}{2\ell}\sqrt{\frac{1}{\rho {s_{11}}^E}}$ ⋮ $f_r=\frac{1}{\pi D}\sqrt{\frac{1}{\rho {s_{11}}^E(1+\sigma^E)(1-\sigma^E)}}$ D：平均直径
	面積振動			$f_r=\frac{1}{2a}\sqrt{\frac{1}{\rho {s_{11}}^E(1-\sigma^E)}}$
	径方向振動			$f_r=\frac{\eta_1}{\pi D}\sqrt{\frac{1}{\rho {s_{11}}^E(1+\sigma^E)(1-\sigma^E)}}$ $\sigma^E=0.35$ の時 $\eta_1=2.08$
	厚みすべり振動			$f_r=\frac{1}{2t}\sqrt{\frac{{c_{55}}^E}{\rho}}$
縦効果	長さ振動			$f_r=\frac{1}{2\ell}\sqrt{\frac{{c_{33}}^E}{\rho}}=\frac{1}{2\ell}\sqrt{\frac{(1-{k_{33}}^2){c_{33}}^D}{\rho}}$ $f_a=\frac{1}{2\ell}\sqrt{\frac{1}{\rho {s_{33}}^D}}=\frac{1}{2\ell}\sqrt{\frac{1}{\rho {s_{33}}^E(1-{k_{33}}^2)}}$
	厚み振動			$f_r=\frac{1}{2t}\sqrt{\frac{{c_{33}}^E}{\rho}\cdot\frac{(1-\sigma^E)}{(1+\sigma^E)(1-2\sigma^E)}}$ $f_a=\frac{1}{2t}\sqrt{\frac{{c_{33}}^D}{\rho}}=\frac{1}{2t}\sqrt{\frac{{c_{33}}^E}{\rho(1-{k_t}^2)}}$
	厚みすべり振動			$f_r=\frac{1}{2t}\sqrt{\frac{{c_{55}}^E}{2(1+\sigma^E)\rho}}$ $f_a=\frac{1}{2t}\sqrt{\frac{{c_{55}}^D}{\rho}}=\frac{1}{2t}\sqrt{\frac{1}{\rho {s_{55}}^E(1-{k_{15}}^2)}}$
	弾性表面波振動			$f_r=\frac{v_s}{\lambda}=\frac{v_s}{2d}$ v_s：弾性表面波の音速

$${s_{11}}^D={s_{11}}^E(1-{k_{31}}^2)$$
$${s_{33}}^D={s_{33}}^E(1-{k_{33}}^2)$$
$${c_{55}}^E={c_{55}}^D(1-{k_{15}}^2)$$
$${c_{55}}^E=\frac{1}{{s_{55}}^E}$$

図5.3.4　各種振動子の基本共振周波数

（g）圧電定数

圧電定数は、結合係数と並んで圧電効果の大きさを表わす定数の一つである。圧電定数には表3.2.2に示すようにd，e，g，hと4つの定数があるが通常よく用いられるのは、d定数とg定数の2つである。これらは、それぞれ次のように定義される。

$$
\begin{aligned}
d &= \frac{\boldsymbol{S}-s^{E}\boldsymbol{T}}{\boldsymbol{E}} = \frac{\text{生じた歪}}{\text{与えられた電界の強さ}}\left[\frac{\frac{m}{m}}{\frac{V}{m}}=\frac{m}{V}\right] \\
&= \frac{\boldsymbol{D}-\varepsilon^{T}\boldsymbol{E}}{\boldsymbol{T}} = \frac{\text{生じた電荷密度}}{\text{与えられた応力}}\left[\frac{\frac{C}{m^2}}{\frac{N}{m^2}}=\frac{C}{N}\right] \\
g &= \frac{\boldsymbol{E}-\boldsymbol{D}/\varepsilon^{T}}{-\boldsymbol{T}} = \frac{\text{生じた電界の強さ}}{\text{与えられた応力}}\left[\frac{\frac{V}{m}}{\frac{N}{m^2}}=\frac{V\cdot m}{N}\right] \\
&= \frac{\boldsymbol{S}-s^{D}\boldsymbol{T}}{\boldsymbol{D}} = \frac{\text{生じた歪}}{\text{与えられた電荷密度}}\left[\frac{\frac{m}{m}}{\frac{C}{m^2}}=\frac{m^2}{C}\right]
\end{aligned}
\qquad (5.3.12)
$$

上記の定義から明らかなようにd定数からは印加電圧に対する変位量が、g定数からは、加えた力に対する出力電圧の値がそれぞれ計算できる。また、これらの定数は次式によって算出できる。

$$d_{31} = k_{31}\sqrt{\varepsilon_{33}{}^{T}s_{11}{}^{E}} \qquad (5.3.13)$$

$$g_{31} = \frac{d_{31}}{\varepsilon_{33}{}^{T}} \qquad (5.3.14)$$

$$d_{33} = k_{33}\sqrt{\varepsilon_{33}{}^{T}s_{33}{}^{E}} \qquad (5.3.15)$$

$$g_{33} = \frac{d_{33}}{\varepsilon_{33}{}^{T}} \qquad (5.3.16)$$

$$d_{15} = k_{15}\sqrt{\varepsilon_{11}{}^{T}s_{55}{}^{E}} = k_{15}\sqrt{\frac{\varepsilon_{11}{}^{T}}{c_{55}{}^{E}}} \qquad (5.3.17)$$

$$g_{15} = \frac{d_{15}}{\varepsilon_{11}{}^{T}} \qquad (5.3.18)$$

以上、d定数，g定数について述べたが、これらは目的に応じて適当なものを使用すればよい。その他にe定数，h定数があるが、これらはg定数，d定数とそれぞれ逆数関係にあり、e定数は電気音響変換の計算に便利な定数である。

（h）誘電損失

無損失の圧電体に角周波数ωの正弦波交番電界$\boldsymbol{E}$を印加すると電気変位$\dot{\boldsymbol{D}}$も電界$\dot{\boldsymbol{E}}$に対し$\pi/2$だけ進んだ位相で振動する。しかし実際の圧電体では分極の緩和時間（分極が完了するまでの時間）があるため電気変位$\dot{\boldsymbol{D}}$は無損失圧電体の位相に比べてδだけ遅れ、その位相差分だけ損失が生ずる。（図5.1.4のR_1）すなわち交番電界1周期の損失W_aは、

$$W_a = \pi \dot{\boldsymbol{D}}\dot{\boldsymbol{E}} \sin\delta = \pi\varepsilon_0\varepsilon_s\dot{\boldsymbol{E}}^2 \sin\delta \quad \cdots\cdots\cdots \quad (5.3.19)$$

但し：$\dot{\boldsymbol{D}} = \varepsilon_0\varepsilon_s\dot{\boldsymbol{E}}$

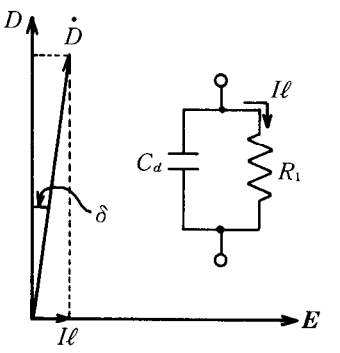


図5.3.5　損失のある圧電体のベクトル図

となる。ここで比誘電率ε_sは無損失の場合は実数であるが、損失を伴う場合は複素数となる。すなわち

$$\varepsilon_s = \varepsilon_s' - j\varepsilon_s'' \quad \cdots\cdots\cdots \quad (5.3.20)$$

そして式5.3.19のδとの間には

$$\tan\delta = \frac{\varepsilon_s''}{\varepsilon_s'} \quad \cdots\cdots\cdots \quad (5.3.21)$$

の関係がある。よって損失W_aは

$$W_a = \pi\varepsilon_0\varepsilon_s'\dot{\boldsymbol{E}}^2 \tan\delta \quad \cdots\cdots\cdots \quad (5.3.22)$$

と表わすことができる。このε_s''または$\tan\delta$を誘電損失という。

図5.1.4の等価回路中のC_d、R_1と$\tan\delta$の間には次式の関係がある。

$$\tan\delta = \frac{1}{\omega C_d R_1} \quad \cdots\cdots\cdots \quad (5.3.23)$$

なお、この$\tan\delta$の逆数を電気的$Q(Q_e)$といい、共振周波数をω_rとすれば、

$$Q_e = \frac{1}{\tan\delta} = \omega_r C_d R_1 = \frac{\varepsilon_s'}{\varepsilon_s''} \quad \cdots\cdots\cdots \quad (5.3.24)$$

となる。

（ｉ）**機械的Q**

圧電体には誘電的損失と同じく弾性的損失があるため、交番的応力$\boldsymbol{T}$に対して歪$\boldsymbol{S}$も位相遅れを生ずる。この場合も弾性コンプライアンスは複素数となる。すなわち

$$s = s' - js'' \quad \cdots\cdots (5.3.25)$$

とすると

$$\tan\delta_m = \frac{s''}{s'} = \frac{1}{Q_m} \quad \cdots\cdots (5.3.26)$$

として弾性損失が表わせる。上式の Q_m が機械的Qである。Q_m と図5.1.4の等価回路との関係は次式で示される。

$$Q_m = \frac{1}{\omega_s C_1 R_1} = \frac{\omega_s L_1}{R_1} = \frac{f_s}{f_2 - f_1} = \frac{f_p{}^2}{\omega_s |\dot{Z}_m| (C_d + C_1)(f_p{}^2 - f_s{}^2)}$$

$$= \frac{f_a{}^2}{2\pi f_r Z_r C(f_a{}^2 - f_r{}^2)} \fallingdotseq \frac{1}{4\pi Z_r C(f_a - f_r)} \quad \cdots\cdots (5.3.27)$$

但し　ω_s：機械的直列角共振周波数
f_1, f_2：象限周波数
Z_m：機械的インピーダンス
Z_r：電気的共振インピーダンス

ここで、$\dot{Z}_m$ は機械的インピーダンスと呼ばれ、図5.1.4の等価回路定数との間に次式の関係がある。（7－2 参照）

$$R_1 = \frac{r}{A^2}、\quad L_1 = \frac{m}{A^2}、\quad C_1 = A^2 s_n \quad \cdots\cdots (5.3.28)$$

$$\dot{Y}_m = \frac{A^2}{\dot{Z}_m} = \frac{A^2}{r + j\omega m + \frac{1}{j\omega s_n}} = \frac{1}{R_1 + j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_1}} \quad \cdots\cdots (5.3.29)$$

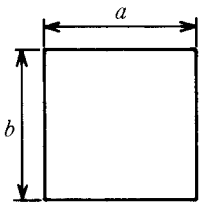
但し　r　：機械抵抗
m　：質量
s_n　：コンプライアンス
A　：力係数
$\dot{Y}_m$：動アドミッタンス

5－4 結合振動

限られた寸法を有する弾性体の各方向の振動は厳密には相互に干渉し合っているが、通常の振動子は、それぞれの寸法比を十分大きくとるため相互の干渉は無視してもさしつかえない。しかし、寸法比が近い場合は結合が強く現われ、単独の場合の共振周波数とは異った2つの共振周波数を持つようになる。完全結合振動の周波数定数は弾性体の材料定数のみによって定まり寸法比には無関係であることから、この場合の周波数定数がむしろ一般解であり、板や棒の様に通常利用されている振動子の方が結合振動の極限値すなわち特殊解と考えることができる。

結合振動には辺と辺が結合する面振動（2次元振動）と面と厚さ(長さ)が結合する立体振動(3次元振動)がある。基本的には両者共に2つの振動の結合であるから同じ取扱いができる。

いま、2辺の長さがそれぞれ a，b，なる短形板で結合が無い場合の共振周波数は次式で与えられる。(図5.3.3)



$$f_A = \frac{1}{2a}\sqrt{\frac{1}{\rho s_{11}^E}} \quad \cdots\cdots (5.4.1)$$

$$f_B = \frac{1}{2b}\sqrt{\frac{1}{\rho s_{11}^E}} \quad \cdots\cdots (5.4.2)$$

ここで2つの共振周波数が結合した場合の結合関数を u とすると、第1共振 f_1 及び第2共振 f_2 は

$$f_1 = f_A\sqrt{u_\alpha} = f_B\sqrt{u_\beta} \quad \cdots\cdots (5.4.3)$$

$$f_2 = f_B\sqrt{u_\gamma} = f_A\sqrt{u_\delta} \quad \cdots\cdots (5.4.4)$$

となる。なお、結合関数はそれぞれ次式で与えられる。

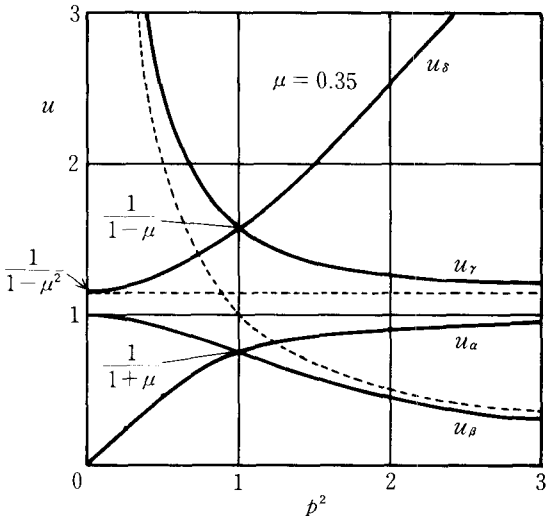
$$\left.\begin{aligned} u_\alpha &= \frac{p^2+1-\sqrt{D}}{2(1-\mu^2)} = p^2\cdot u_\beta \\ u_\beta &= \frac{p^2+1-\sqrt{D}}{2p^2(1-\mu^2)} \\ u_\gamma &= \frac{p^2+1+\sqrt{D}}{2p^2(1-\mu^2)} \\ u_\delta &= \frac{p^2+1+\sqrt{D}}{2(1-\mu^2)} = p^2\cdot u_\gamma \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots (5.4.5)$$

但し：$D = (p^2+1)^2 - 4p^2(1-\mu^2)$

$p = a/b$

式5.4.5 中の μ は結合係数で薄い矩形板の様な 2 次元振動の場合は圧電材料のポアソン比 σ^E に等しいことが知られている。(表5.4.1)

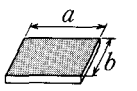
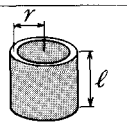
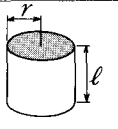
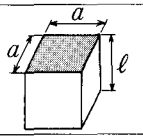
図5.4.1 は結合係数 μ が 0.35 のときの結合関数を p^2 に関してグラフ化したものである。$p \to \infty$ $(a \gg b)$ の極限では $f_1 = f_a$、$f_2 = f_B\sqrt{1/1-\mu^2}$ となり、逆に $p \to 0$ $(a \ll b)$ の極限では a と b が入れかわり $f_1 = f_B$、$f_2 = f_A\sqrt{1/1-\mu^2}$ となる。そして $p = 1$ では $f_A\sqrt{1/1+\mu}$ と $f_A\sqrt{1/1-\mu}$ の 2 つとなり、a、b、のどちらが f_1、f_2 に対応しているかはまったく不明で振動子は 2 次元的な振動をしている。



	f_1	f_2
$p \to \infty$ $(a \gg b)$	f_A	$f_B\sqrt{\dfrac{1}{1-\mu^2}}$
$p = 1$	$f_A\sqrt{\dfrac{1}{1+\mu}}$ 又は $f_B\sqrt{\dfrac{1}{1+\mu}}$	$f_A\sqrt{\dfrac{1}{1-\mu}}$ 又は $f_B\sqrt{\dfrac{1}{1-\mu}}$
$p \to 0$ $(a \ll b)$	f_B	$f_A\sqrt{\dfrac{1}{1-\mu^2}}$

図5.4.1　結合関数の p^2 に対する特性曲線 ($\mu = 0.35$)

以上、矩形板を例に述べたが弾性体（圧電セラミック）の弾性定数は振動子の形状や振動方向によって異なる値を持つため、結合係数 μ や結合の寸法比も形状によって異なる。

	振動子形状	μ	p
矩形板		σ^E	$\dfrac{a}{b}$
円筒(薄肉)		σ^E	$\dfrac{1}{\pi\sqrt{1-\sigma^{E2}}}\dfrac{\ell}{r}$
円柱		$\sqrt{\dfrac{2\sigma^{E2}}{1-\sigma^E}}$	$\dfrac{\eta_1}{\pi}\dfrac{1}{\sqrt{1-\sigma^{E2}}}\dfrac{\ell}{r}$
角柱		$\sqrt{\dfrac{2\sigma^{E2}}{1-\sigma^E}}$	$\dfrac{1}{\sqrt{1-\sigma^E}}\dfrac{\ell}{a}$

η_1 : $\sigma^E = 0.35$ のとき 2.08

表5.4.1　結合係数及び寸法比

振動子は、$p=1$のとき完全結合振動となるが、このとき共振周波数の低い振動すなわちf_1は直交する各2辺が逆位相で伸縮する振動いわゆる面積変化の少ない振動に対応し、共振周波数の高い振動すなわちf_2は各2辺が同位相で伸縮する振動いわゆる面積振動に対応している。

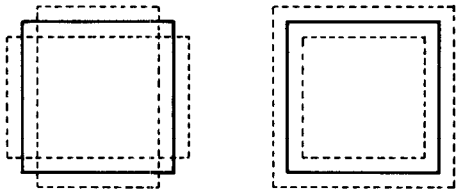
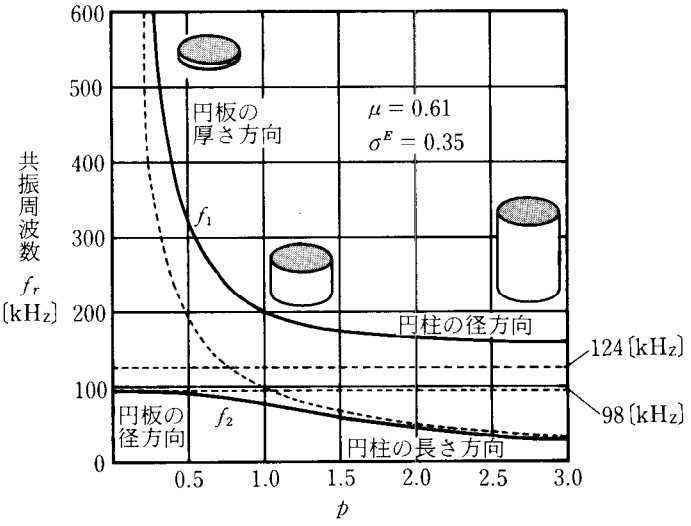


図5.4.2　結合振動の振動モード

このf_1、f_2の振動の強弱は、振動子に流れ込む電荷の出入によって決る。すなわち横効果振動子の場合は分極軸に垂直な面内では等方性のためf_1の様に各2辺が逆位相で伸縮する場合は互いに打消合う方向に働き電荷の出入りは少なくなり従って振動は弱くなる。逆に、f_2は各2辺が互いに助長し合う方向に働くので振動は強くなる。縦効果の場合はこれとは逆で分極方向の伸びと垂直方向の縮みが互いに助け合うので共振周波数の低い方、すなわちf_1が強くあらわれ、f_2は弱くなる。

さて、図5.4.3は円柱形振動子の直径を一定にして長さℓを除々に短くしながら各共振周波数を実測した結果である。$p=1$を境に径方向振動と厚さ方向振動が入れ代わっているのがわかる。



試料寸法：$\phi 20$
材　　質：C-6

図5.4.3　円柱形振動子のp対共振周波数特性

§6. 代表的な圧電材料

無機・有機に拘わらず今日までに構造が確認されている結晶の数は約9000個と言われている。そして、それらの結晶を対称性により分類すると32の晶族に分けられるが、その内の圧電性結晶20晶族に属する結晶は約2500個程度と推定されている。しかし、これらの中には、ほんの僅か圧電性が確認されたものも含まれており、圧電体として使用するには圧電効果が小さすぎるものが殆んどである。圧電効果を利用するには余程大きな効果でないと実用に供しない。このような結晶はごく僅かであり、ここでは、その顕著に大きい圧電効果を示す圧電材料の中で代表的な材料について述べる。

6－1 水　晶

水晶は、キュリー点以下では三方晶系（D_3）に属する単結晶で成分はSiO_2である。キュリー点は573℃にあり、圧電諸定数の温度変化が小さいので安定度が必要な基準発振器などに使用されている。機械的Qの値が極めて大きいので狭帯域フィルターなどにも広く用いられている。

6－2 ニオブ酸リチウム

キュリー点以下では三方晶系（C_{3v}）に属する単結晶で成分は$LiNbO_3$である。キュリー点は1210℃と高い。人工的に育成された単結晶はc軸に反平行な180°分域をもついわゆる双晶構造をなしているのでこのままでは圧電性は無い。圧電体として使用するには分極操作が必要である。水晶と同様に機械的Qの値が非常に大きく、周波数定数も大きいので高周波用振動子に適す。

6－3 チタン酸バリウム

ABO_3型化合物の一つで強誘電体である。成分は、$BaTiO_3$でキュリー点以上の温度でペロブスカイト型結晶構造を持つ。キュリー点は、120℃附近にあるが、その他に−90℃と0℃附近にも転移点がある。セラミックとして焼結し分極処理されたものは高い圧電性を示す。

6－4 チタン酸鉛

ABO_3型化合物の一つでペロブスカイト型結晶構造を持つ強誘電体である。成分は$PbTiO_3$であるが、化学的に純粋なものは焼結性がきわめて悪い。キュリー点は約490℃にあるが、その他にも−150℃と−100℃附近にも転移点がある。抗電力が大きいため高い分極電圧を必要とするが、分極処理されたものは高い圧電性を示し、しかもc軸方向に強い異方性がある。

6－5 チタン酸ジルコン酸鉛

通称 PZT と呼ばれ強誘電体のチタン酸鉛（$PbTiO_3$）と反強誘電体のジルコン酸鉛（$PbZrO_3$）の固溶体で成分は〔$Pb(Zr\text{-}Ti)O_3$〕である。キュリー点は両者の混合比によって異なるが、およそ 320℃ 附近にある。キュリー点以下には転移点は無く安定である。焼結性がよく、分極も比較的容易で十分な分極が可能なため、高い圧電定数を持った圧電セラミックを作ることができる。混合比を変えることにより機械的Qや比誘電率などをコントロールすることができる。

6－6 メタニオブ酸鉛

ペロブスカイト結晶構造をとらない強誘電体として最初に発見されたものである。結晶構造はタングステンブロンズ型で AB_2O_6 型化合物の一つである。成分は $PbNb_2O_6$ で、キュリー点は 570℃ にあり、キュリー点以下では斜方晶系（C_{2v}）に属す。分極方向に大きな異方性があり、機械的Qがたいへん低い。

6－7 ポリフッ化ビニリデン

通称 PVF_2 又は PVDF と呼ばれ重合度 800～1500 程度の結晶性高分子圧電体である。分子式は、

$$-\left(\begin{array}{cc} H & F \\ | & | \\ -C- & C- \\ | & | \\ H & F \end{array}\right)_n-$$

で表わされる。融解温度は 160～180℃ で溶融状態から結晶化させるとα結晶（単斜晶系、C_{2h}）となるが、フィルム状に延伸するとβ結晶（斜方晶系、C_{2v}）となり、自発分極を有する結晶構造となる。これをコロナ分極処理することにより圧電性高分子フィルムとなる。機械的Qがたいへん低い。

物質		単結晶		セラミック					高分子
		水晶 (SiO_2)	ニオブ酸リチウム ($LiNbO_3$)	チタン酸バリウム ($BaTiO_3$)	チタン酸鉛 M-6 ($PbTiO_3$)	チタン酸ジルコン酸鉛 C-6 ($Pb[Zr\cdot Ti]O_3$)	チタン酸ジルコン酸鉛 C-21 ($Pb[Zr\cdot Ti]O_3$)	ニオブ酸鉛 F-100 ($PbNb_2O_6$)	PVDF ($-CH_2-CF_2-$)
電気機械結合係数 (%)	K_p			33	4.0	63	55		
	K_{31}	10		19	2.6	35	28		10
	K_{33}	11	17	48	53	70	62		
	K_t			38	51	50	46	39	20
	K_{15}	7.9	68	48	37	72	60	39	
比誘電率	$\varepsilon_{11}^T/\varepsilon_0$	4.5		1350	250	2100	1600	370	
	$\varepsilon_{33}^T/\varepsilon_0$	4.5	29	1250	215	2000	1300	300	13
等価圧電定数 ($\times10^{-12}$m/V) ($\times10^{-12}$C/N)	d_{31}	−2.0	−0.8	−58	−3.7	−195	−130		20
	d_{33}	2.0	6.0	149	71	360	260	80	
	d_{15}	3.3	69	242	41	680	550	145	
電圧出力係数 ($\times10^{-3}$V·m/N) ($\times10^{-3}$m²/C)	g_{31}	−50	−3.3	−5.5	−1.6	−12.0	−11.0		−174
	g_{33}	50	23	14.1	37	22.0	22.5	22	
	g_{15}	82.4		21.0	21	37.0	37.5	45	
ヤング率 (弾性定数) ($\times10^{10}$N/m²)	Y_{11}^E			11.6	13.2	5.8	7.3		
	Y_{33}^E	8.5		11.0	11.6	5.2	6.9	5.5	0.3
	Y_{55}^E	15.1	5.9	4.5	8.7	2.1	2.2	2.3	
機械的 Q	Q_m	$>10^5$	$>10^5$	400	850	75	900	20	5
キュリー点(℃)	T_c	573	1210	115	250	320	300	530	
密度($\times10^3$kg/m³)	ρ	2.65	4.7	5.5	6.9	7.4	7.6	5.7	1.78
誘電損失(%)	$\tan\delta$			0.8	2.0	2.1	0.7	1.0	0.3

表6.1.1　代表的な圧電材料

§7. 圧電セラミックの応用

圧電セラミックの応用分野を大別すると、振動子とトランスデューサーに分けることができる。前者は、電気入力—機械振動—電気出力として用いるもので、セラミックレゾネーターやセラミックフィルター、超音波ディレイラインなどがある。後者のトランスデューサーはさらに電気入力—機械出力の超音波機器，アクチュエーターと機械入力—電気出力のセンサ・ピックアップ，圧電着火素子などに分けることができる。現在までに実用化されている応用分野は表7.1.1に示されているようにたいへん広範囲にわたっている。これら個々の詳しい内容や設計ノウハウなどはそれぞれの専門書や論文を参照してもらうとして、ここでは圧電セラミックを使用するうえで最も基本となる考え方や注意事項、設計式などについて述べる。

7—1 振動子の寸法設計法

共振周波数に対する寸法の決め方は、基本的には周波数定数 N〔mm·kHz〕を目的とする共振周波数で割ることにより求めることができる。〔5—3（f）参照〕

たとえば例として円板形振動子の厚さ方向の共振周波数が500〔kHz〕になるような厚み寸法を求めるには、

$$t = \frac{N_t}{f_r}〔\mathrm{mm}〕 \cdots\cdots (7.1.1)$$

より、C-6材の場合は、

$$t = \frac{1920}{500} = 3.84〔\mathrm{mm}〕$$

同様にして C-2材の場合は、

$$t = \frac{2000}{500} = 4.00〔\mathrm{mm}〕$$

となる。但しこの寸法は、無負荷の場合であり、厳密には負荷がかかると、負荷の有効質量が振動子の密度 ρ を見掛上大きくするので共振周波数は僅かに低くなる。この影響が問題になる場合は、実際の使用条件下で実測して確認し、あらかじめ共振周波数を高目に設計しておく必要がある。しかし、実際には Q_m も低くなるのでインピーダンスの変化は緩慢になり、さほど問題にならない場合もある。

振動子の直径は結合振動の影響を避けるために、厚さとの比を少なくとも1：3以上とる必要がある。超音波振動子の場合、直径は超音波の指向性に関係するので、その条件によって決める。また、静電容量が指定されている場合は、

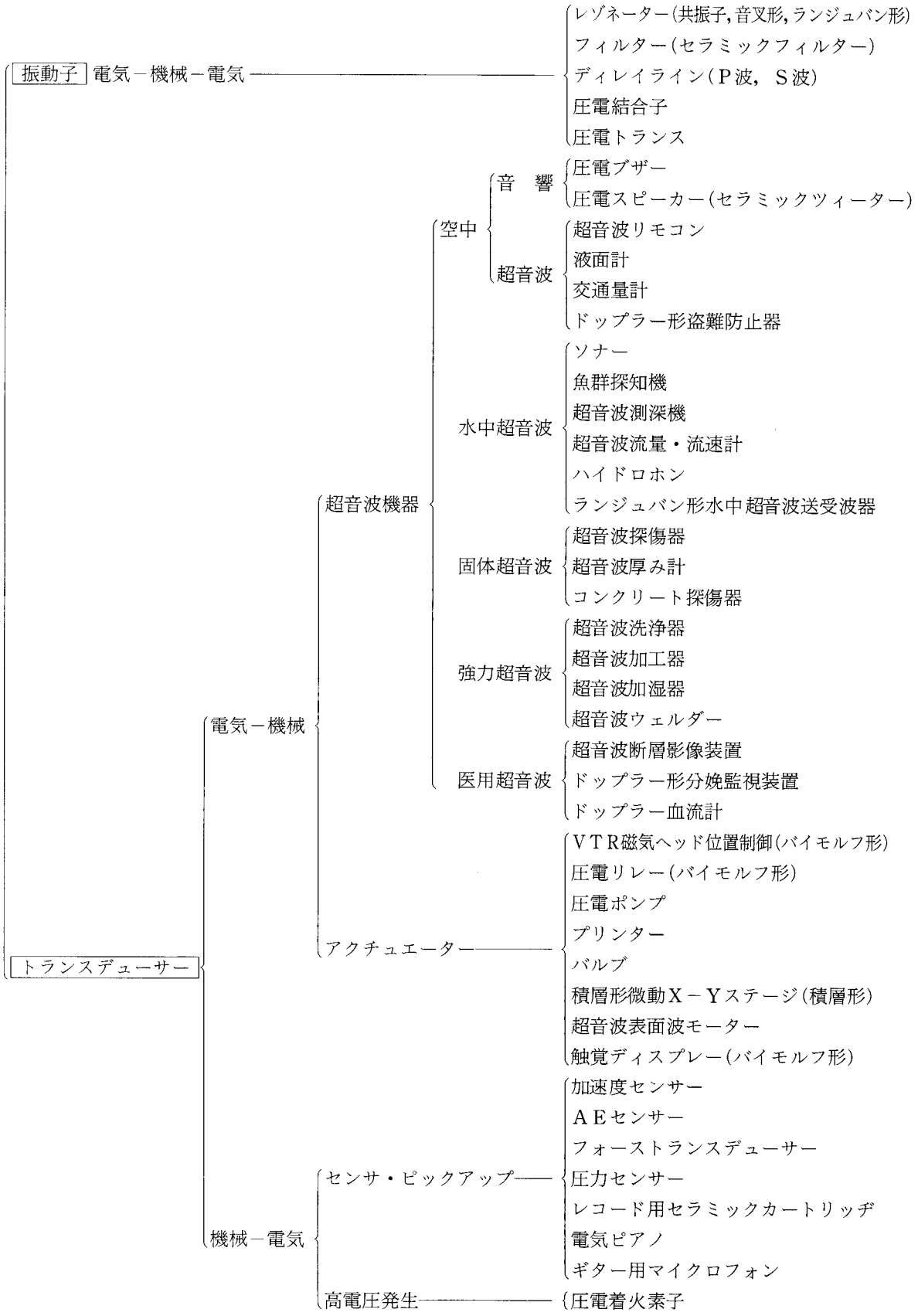


表7.1.1 圧電セラミックの応用

$$A = \frac{C \cdot t}{\varepsilon} [\mathrm{m}^2] \quad \cdots\cdots (7.1.2)$$

によって面積を求め、直径を算出する。例として、先の厚さで容量が2000〔pF〕となる様な直径を求めてみる。

$$A = \frac{2000 \times 10^{-12} \times 3.84 \times 10^{-3}}{8.854 \times 10^{-12} \times 2000} = 4.34 \times 10^{-4} [\mathrm{m}^2]$$

$$\therefore \quad D = 2 \cdot \sqrt{\frac{4.34 \times 10^{-4}}{\pi}} = 23.5 [\mathrm{mm}]$$

以上の方法によって、実用上、十分な設計はできるが、ここで一つ考慮しなければならないことは、前述した結合振動の影響である。先に求めた各寸法は他の方向の共振周波数の影響が無いものとして求めているため、厚さに対して直径が十分大きい場合は殆んど補正無しで適用できるが、両寸法比 p が接近している場合は、互いに結合の影響が出てくるため先の周波数定数 N_t がそのまま使用できない。〔5－4（結合振動）P31参照〕、ハウジングスペースの関係でどうしても寸法比 p が大きくとれない場合は、結合関数 u を求めて補正する必要がある。横効果利用の振動子は、式5.4.4、縦効果利用の振動子は、式5.4.3によればよい。但し、結合理論によると、直径又は厚さなど、どちらか一方の寸法を固定すると、いかに寸法を変えても得ることができない周波数帯、すなわち周波数の影が生ずる。これは図5.4.1で $u=1$ と $u=1/1-\mu^2$ の間に相当し、この範囲に該当する周波数（図5.4.3では98〔kHz〕から124〔kHz〕の間の周波数）は得ることができないので注意が必要である。

7－2 トランスデューサーの変換効率

トランスデューサーの変換効率は、無負荷時と負荷時の自由アドミッタンス円をベクトルインピーダンスメーターなどにより作図して求めることができる。

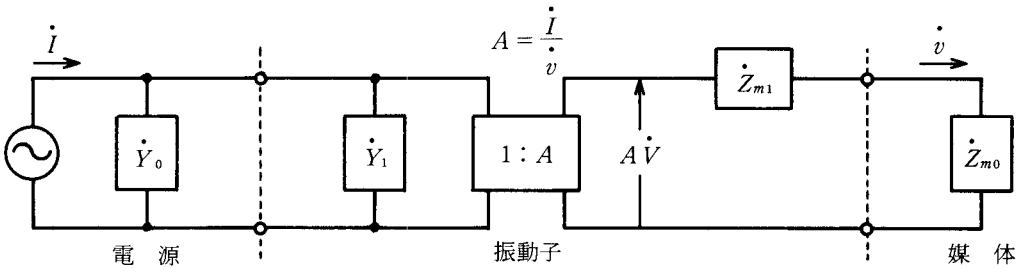


図7.2.1　電気音響変換の等価回路

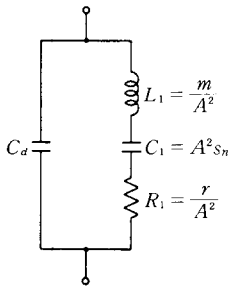
図7.2.1は振動子の電気音響変換の等価回路である。但し、

$\dot{Y}_0$ ：電源の内部アドミッタンス
$\dot{Y}_1$ ：振動子の制動アドミッタンス
$\dot{Z}_{m1}$ ：振動子の内部機械インピーダンス
$\dot{Z}_{m0}$ ：放射インピーダンス(音響負荷)
A ：力係数 ($\dot{I}$ / $\dot{v}$)
$\dot{v}$ ：振動子輻射面の速度

図7.2.1の等価回路には、次式の関係が成立する。

$$\left.\begin{array}{ll} \text{制動アドミッタンス} & \dot{Y}_d = \dot{Y}_0 + \dot{Y}_1 \quad (\dot{v}=0) \\ \text{動アドミッタンス} & \dot{Y}_m = \dfrac{A^2}{\dot{Z}_{m0}+\dot{Z}_{m1}} \\ \text{自由アドミッタンス} & \dot{Y}_f = \dot{Y}_d + \dot{Y}_m \end{array}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (7.2.1)$$

さて、共振点附近に於ける振動子の等価回路は図7.2.2で示され図7.2.1の等価回路との間に次の関係がある。共振時の動アドミッタンスを Y_{m0} とすると、



$$\left.\begin{array}{ll} Y_{m0} = \dfrac{1}{R_1} & \omega_R{}^2 = \dfrac{1}{L_1 C_1} \\ Y_d = \omega_R C_d & \omega_a{}^2 = \dfrac{1}{L_1}\left(\dfrac{1}{C_1}+\dfrac{1}{C_d}\right) \end{array}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (7.2.2)$$

図7.2.2　振動子の共振点附近の等価回路

ここで、電気系と機械系の関係を表7.2.2に示す。

電気系	電圧	電流	電荷	電気抵抗	インダクタンス	静電容量	インピーダンス	アドミッタンス
	V	I	Q	R	L	C	Z	Y
機械系	力	速度	変位	機械抵抗	質量	コンプライアンス	機械インピーダンス	機械アドミッタンス
	f	v	u	r	m	S_n	Z_m	Y_m

表7.2.2　電気系と機械系の関係

表7.2.2より、電気的諸定数L，C，R，と音響的諸定数m，s_n，rの間には力係数Aを介して次の関係が成立する。

$$L_1 = \frac{m}{A^2} \qquad C_1 = A^2 s_n \qquad R_1 = \frac{r}{A^2} \quad \cdots\cdots (7.2.3)$$

さて、共振時の振動子の音響出力P_aは次式で与えられる。

$$P_a = \frac{r_a}{r_a + r_1} |\dot{Y}_{m0}| V^2 \quad \cdots\cdots (7.2.4)$$

ここで、r_aは等価輻射抵抗と呼ばれ$\dot{Z}_{m0}$の実数部であり、r_1は振動子の無負荷時の等価抵抗である。無負荷時の動アドミッタンス$\dot{Y}_{m00}$は、

$$|\dot{Y}_{m00}| = \frac{A^2}{r_1} \quad \cdots\cdots (7.2.5)$$

負荷時の動アドミッタンス$\dot{Y}_{m0}$は、

$$|\dot{Y}_{m0}| = \frac{A^2}{r_a + r_1} \quad \cdots\cdots (7.2.6)$$

となる。

いま、電気的入力端子より入る電気的入力P_eは、共振時の自由アドミッタンス$\dot{Y}_{f_0}$が

$$\dot{Y}_{f_0} = G_{f_0} + jB_{f_0} \quad \cdots\cdots (7.2.7)$$

であるから

$$P_e = G_{f_0} \cdot V^2 \quad \cdots\cdots (7.2.8)$$

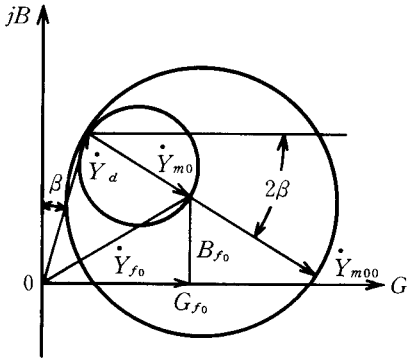


図7.2.3　トランスデューサーのアドミッタンス円

従って電気一音響変換効率η_{ea}は

$$\eta_{ea} = \frac{P_a}{P_e} = \frac{|\dot{Y}_{m0}|}{G_{f_0}} \cdot \frac{r_a}{r_a + r_1} \quad \cdots\cdots (7.2.9)$$

となる。式（7.2.9）に於いて$|Y_{m0}|/G_{f_0}$を電気一機械変換効率（η_{em}）、また$r_a/r_a + r_1$を機械一音響変換効率（η_{ma}）という。ここで

$$G_{f_0} = Y_d \sin\beta + Y_{m0} \cos 2\beta \quad \cdots\cdots (7.2.10)$$

$$\frac{r_a}{r_a + r_1} = \frac{\dot{Y}_{m00} - \dot{Y}_{m0}}{\dot{Y}_{m00}} \quad \cdots\cdots (7.2.11)$$

が成り立つので電気一音響変換効率 η_{ea} は、

$$\eta_{ea} = \eta_{em} \cdot \eta_{ma} = \frac{\dot{Y}_{m0}}{\dot{Y}_d \sin\beta + \dot{Y}_{m0} \cos 2\beta} \cdot \frac{\dot{Y}_{m00} - \dot{Y}_{m0}}{\dot{Y}_{m00}} \quad \cdots\cdots (7.2.12)$$

と表わすことができる。一般に圧電セラミック振動子単体では η_{ea} が90%以上にも達する。

7－3 インピーダンスマッチング

セラミック振動子は共振点で容量性のインピーダンスを持っているためこのままで発振器から電力を送り込んでも効率のよいドライブができない。電力を有効に供給するためには振動子の容量性リアクタンスと絶対値が等しい誘導性リアクタンスすなわちチョーク・コイルを振動子と並列又は直列に入れてリアクタンス分を打ち消せばよい。

振動子の共振点では図5.1.4において L_1 と C_1 が打ち消されるため、C_d と R_1 のみの並列回路となる。この回路のベクトル図は図7.3.1のようになる。

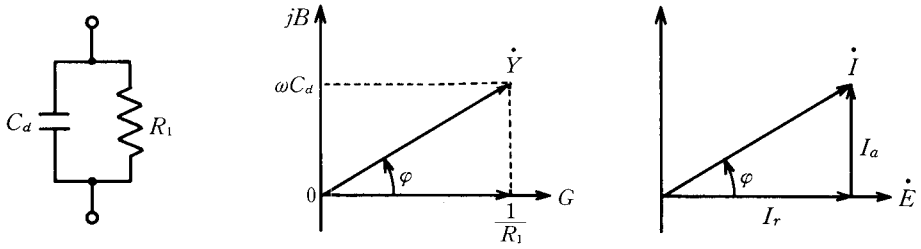


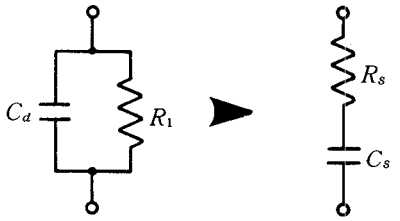
図7.3.1 振動子の共振時のベクトル図

図7.3.1で I_r を有効電流、I_a を無効電流、$\dot{P} = \dot{E}\dot{I}$ を皮相電力、$\cos\varphi$ を力率と呼ぶ。実際に音響パワーとして消費される電力は、$P_r = \dot{E}\dot{I}\cos\varphi$ でこれを有効電力という。これに対し、$P_a = \dot{E}\dot{I}\sin\varphi$ を無効電力といい、これは発振器と振動子との間でエネルギーの受授が行なわれるだけで消費されない。しかし P_r の電力を振動子に供給するためには、発振器は $\dot{P} = P_r/\cos\varphi$ の電力容量が必要となる。そこで $1/\omega C_d$ と絶対値が等しいチョークコイル ωL_p を並列に入れて $1/\omega C_d$ を打ち消せば振動子のインピーダンスは R_1 のみとなり $\cos\varphi = 1$ となるから $P_r = \dot{P}$, $P_a = 0$ となり発振器の電力容量を減らすことができる。さらに発振器の出力抵抗を R_g とすれば、供給電力最大の法則から $R_g = R_1$ とすることにより最も効率よいドライブをすることができる。$R_g = R_1$ とするための簡単な方法は、巻数比 $N:1$ の出力トランスで $R_g = N^2 R_1$ となるように巻数比を調整すればよい。

なお、R_1 は振動子の機械的負荷に対応しているので負荷の大きさが変われば R_1 の値も変化

する。同じ水負荷でも浸け方やキャビテーションの有無などによって大幅に変化するので実際の使用条件になるべく近づけて実測しておく必要がある。

ここで、図7.3.1の並列等価回路は R_s-C_s 直列回路に直すことができる。



$$R_s = \frac{R_1}{1+(\omega C_d R_1)^2}$$

$$C_s = \frac{1+(\omega C_d R_1)^2}{(\omega C_d R_1)^2} \cdot C_d \qquad \cdots\cdots (7.3.1)$$

図7.3.2　振動子の直列等価変換

この場合も、絶対値が $1/\omega C_s$ と等しいチョークコイル L_s を直列に入れることにより C_s を打ち消すことができる。振動子の等価回路は並列回路と直列回路のどちらを用いてもよいが直列回路の方がチョークコイルのリアクタンスの値を小さくすることができる。図7.3.3はその一例であるが、一般に電源の出力インピーダンスが低い場合は直列回路、高い場合は並列回路が用いられる。

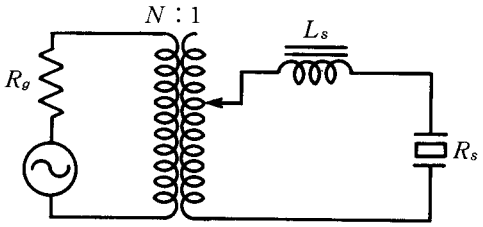


図7.3.3　振動子のインピーダンス
マッチング回路例

7－4　力Fに対する出力電圧の計算方法

外部から力Fを与えて電荷又は電圧を発生させるという使い方は表7.1.1の機械一電気変換としての応用に相当する。セラミック素子の周囲温度が一定の場合、圧電セラミックで発生する全電荷量Qは、セラミック素子の寸法や圧電定数などの比例定数を介して、加えられた全応力Fに対応する。

ここでは、圧電着火素子とバイモルフ型エレメントについて出力電圧の計算方法を述べる。

(a) 圧電着火素子

圧電着火素子は、セラミック素子にインパクト方式やスクイズ方式によって力Fを加え、素子の両電極間に10数〔kV〕の高電圧を発生させるものである。

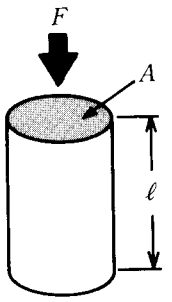


図7.4.1　圧電着火素子

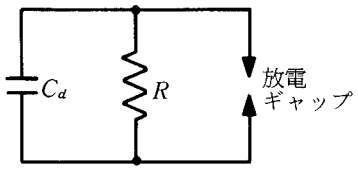


図7.4.2　等価回路

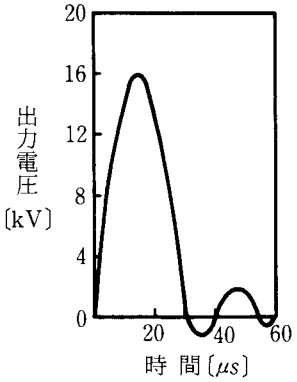


図7.4.3　出力電圧波形例

図7.4.1でセラミック素子に力Fが加えられたことによって発生する電荷量Qは、

$$Q = C_d \cdot V = F \cdot d_{33} \quad \cdots\cdots (7.4.1)$$

で与えられる。このときの出力電圧Vは、

$$V = F \cdot \frac{d_{33}}{C_d} = F \cdot g_{33} \cdot \frac{\ell}{A} \quad \cdots\cdots (7.4.2)$$

となるが、ここで空中に於いて外部ギャップ間で放電する条件は、

① $V > 2$〔kV/mm〕←空気の絶縁耐圧

② $\tau_E > \tau > \tau_M$

但し　τ　：力の作用している時間

τ_E：セラミック素子の内部時定数（$\tau_E = C_d \cdot R$）

τ_M：セラミック素子の機械共振周期の 1/2

$$\left(\tau_M = \ell\sqrt{\frac{\rho}{C_{33}{}^E}} = \frac{\ell}{2N_{33}}\right)$$

実用的には、直径 $\varnothing = 2.5 \sim 7$〔mm〕、長さ $\ell = 4 \sim 15$〔mm〕の素子に 20～50〔MPa〕の応力を与えて 10～20〔kV〕の高電圧を発生させている。

なお、圧電素子に発生する電荷Qは、式7.4.1から明らかなように力Fの大きさに対応しているため力Fが一定ならば電荷Qも一定である。しかし、圧電素子（コンデンサ）の絶縁抵抗（図7.4.2のR）の値は有限なため発生した電荷Qは、

$$q = Qe^{-\frac{t}{C_d R}} \quad \cdots\cdots (7.4.3)$$

に応じて放電する。このために、圧電素子を圧力センサなどに応用した場合は実際静的感度を持たない。このことは、次に述べるバイモルフ型エレメントにも同じことが言える。

（b）バイモルフ型エレメント

圧電セラミックの薄板を2枚貼合わせて、これを力Fによって屈曲させると一方の素子が伸び他方の素子が縮むことによって両素子が共に電荷を発生する。この電荷を電気的に取り出せるように結線したものをバイモルフ型エレメントといい、レコード用セラミックカートリッヂや加速度センサ，超音波マイクロフォンなどに使用されている。

バイモルフ型エレメントには両素子が直列に結線されたシリーズ型と並列に結線されたパラレル型がある。これらエレメントの関係式を表7.4.1に示す。

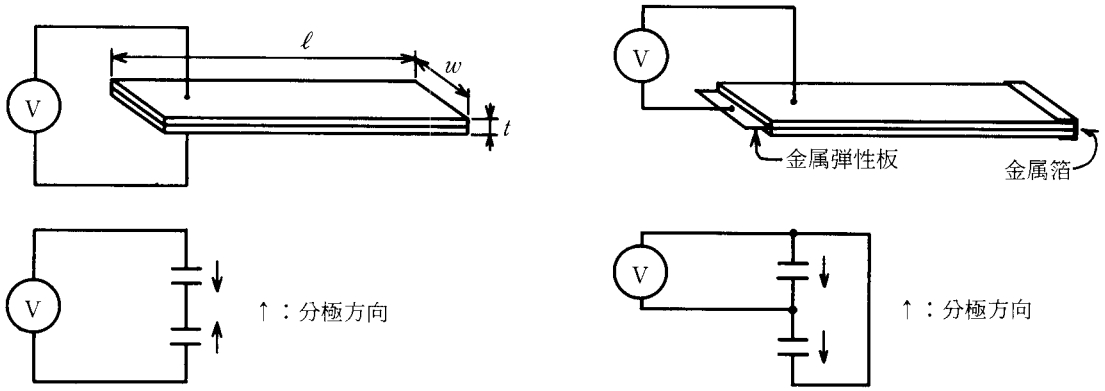


図7.4.4　バイモルフ型エレメント

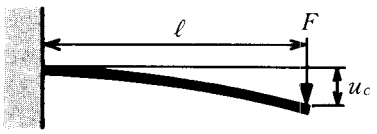
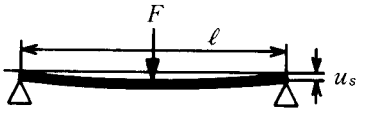
条件	片端固定		両端支持	
				
	シリーズ型	パラレル型	シリーズ型	パラレル型
発生電荷量	$Q_{cs}=\frac{3}{2}d_{31}\left(\frac{\ell}{t}\right)^2F$	$Q_{cp}=3d_{31}\left(\frac{\ell}{t}\right)^2F$	$Q_{ss}=\frac{3}{8}d_{31}\left(\frac{\ell}{t}\right)^2F$	$Q_{sp}=\frac{3}{4}d_{31}\left(\frac{\ell}{t}\right)^2F$
力Fに対する出力電圧	$V_s=\frac{3}{2}g_{31}\frac{\ell}{tw}F$	$V_p=\frac{3}{4}g_{31}\frac{\ell}{tw}F$	$V_s=\frac{3}{8}g_{31}\frac{\ell}{tw}F$	$V_p=\frac{3}{16}g_{31}\frac{\ell}{tw}F$
変位uに対する出力電圧	$V_s=\frac{3}{8}g_{31}Y\left(\frac{t}{\ell}\right)^2u$	$V_p=\frac{3}{16}g_{31}Y\left(\frac{t}{\ell}\right)^2u$	$V_s=\frac{3}{2}g_{31}Y\left(\frac{t}{\ell}\right)^2u$	$V_p=\frac{3}{4}g_{31}Y\left(\frac{t}{\ell}\right)^2u$
静電容量	$C_{ds}=\varepsilon_{33}{}^T\frac{\ell w}{t}$	$C_{dp}=4\varepsilon_{33}{}^T\frac{\ell w}{t}$	$C_{ds}=\varepsilon_{33}{}^T\frac{\ell w}{t}$	$C_{dp}=4\varepsilon_{33}{}^T\frac{\ell w}{t}$
コンプライアンス	$s_{nc}=\frac{1}{Y}\cdot\frac{4\ell^3}{wt^3}$		$s_{ns}=\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{Y}\cdot\frac{\ell^3}{wt^3}$	
変位	$u_c=F\cdot s_{nc}$		$u_s=F\cdot s_{ns}$	
共振周波数	$f_{rn}=\frac{\alpha_n^2}{4\sqrt{3}\pi}\frac{t}{\ell^2}\sqrt{\frac{Y}{\rho}}$　$\alpha_1=1.875$　$\alpha_2=4.69$　$\alpha_3=7.85$		$f_{rn}=\frac{\alpha_n^2}{4\sqrt{3}\pi}\frac{t}{\ell^2}\sqrt{\frac{Y}{\rho}}$　$\alpha_1=\pi$　$\alpha_3=3\pi$	

表7.4.1　バイモルフ型エレメントの関係式

7－5 入力電圧Eに対する変位量の計算方法

電圧を与えて歪を生じさせる使い方、すなわち電気入力—機械出力としての応用には超音波機器のように交流で駆動するものとアクチュエーターのように直流又は比較的低周波の交流で駆動するものとがある。

ここでは、後者のアクチュエーターについて述べる。圧電素子はもともと電圧をかければアクチュエーターとして動作するが、その変位量は印加電圧の割に僅かであり、このままでは実用に供しない。そこで、低い電圧でも実用変位量が得られるように工夫されたものが積層型アクチュエーターとバイモルフ型アクチュエーターであり、それぞれに特長がある。

（a）積層型アクチュエーター

積層型アクチュエーターは、圧電素子１枚では少なかった変位量を数10枚以上積層にすることによって機械的変位量を直列に取り出すもので、入力電圧は各素子に並列に印加されるように結線されている。変位量は積層枚数倍になり、バイモルフ型に比らべると小さいが、発生力は桁ちがいに大きい。

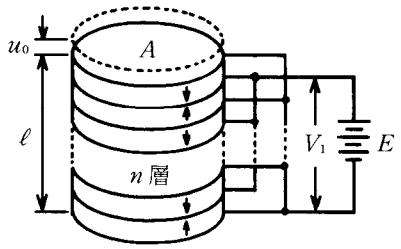


図7.5.1　積層型アクチュエーター

ℓ　：$E=0$〔V〕時の長さ
A　：断面積
u_0：$E=V_1$〔V〕時の無負荷変位量
n　：積層枚数
V_1：印加電圧
↑　：分極方向

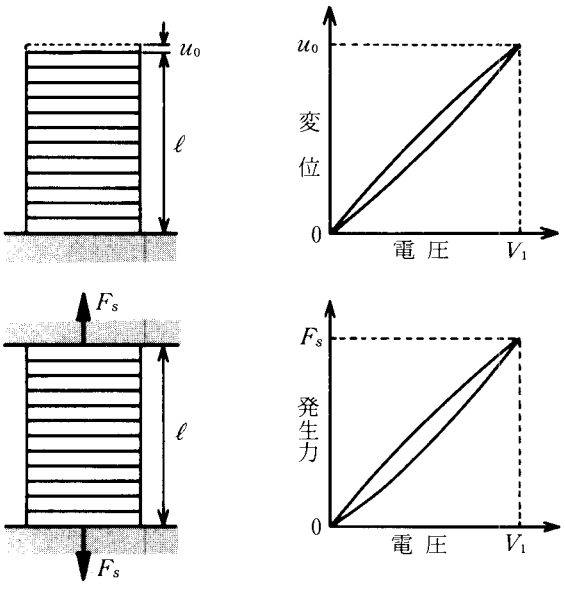


図7.5.2　アクチュエーターの変位と発生力

図7.5.1で無負荷時の変位量 u_0 は次式で与えられる。

$$u_0 = nV_1 d_{33}\alpha \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (7.5.1)$$

（α：非線形補正係数 $\cong 1.5$）

また、変位 u_0 を完全拘束状態（$u_0=0$）としたときの発生力 F_s は次式で与えられる。

$$F_s = \frac{u_0}{s_n} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (7.5.2)$$

$$s_n = s_{33}{}^E \cdot \frac{\ell}{A} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (7.5.3)$$

但し、s_n：コンプライアンス

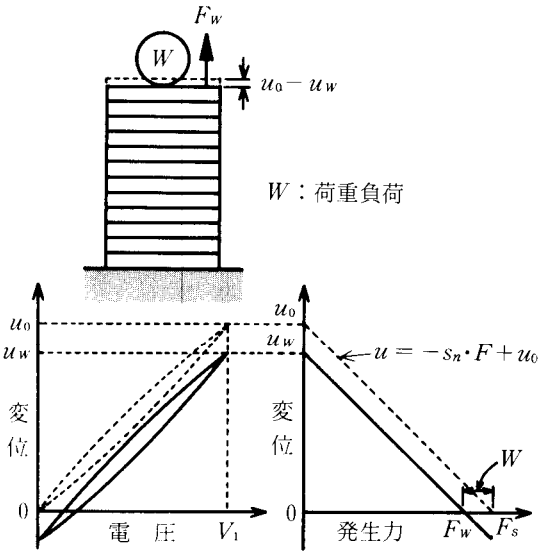


図7.5.3　荷重負荷時の変位及び発生力

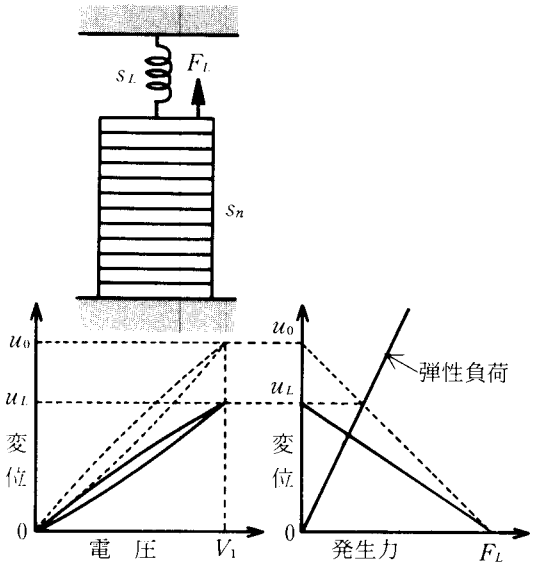


図7.5.4　弾性負荷時の変位及び発生力

次に負荷時の変位量及び発生力はそれぞれ次式で与えられる。まず、荷重負荷の場合の変位量 u_W は

$$u_W = u_0\left(1-\frac{W}{F_s}\right) \cdots\cdots\cdots\cdots (7.5.4)$$

そのときの発生力 F_W は、次式で与えられる。

$$F_W = F_s - W \cdots\cdots\cdots\cdots (7.5.5)$$

次に弾性負荷時の変位量 u_L は、

$$u_L = u_0 \frac{s_L}{s_n}\left(\frac{1}{\frac{s_L}{s_n}+1}\right) \cdots\cdots\cdots\cdots (7.5.6)$$

そのときの発生力 F_L は次式となる。

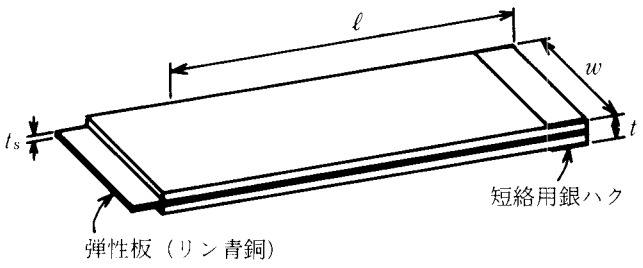
$$F_L = F_s\left(\frac{1}{\frac{s_L}{s_n}+1}\right) \cdots\cdots\cdots\cdots (7.5.7)$$

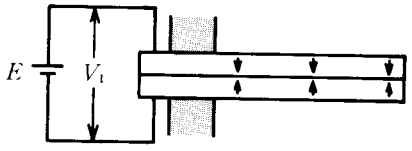
なお、積層型アクチュエーターは、圧縮方向の負荷に対しては非常に強い発生力を示すが、引っ張り応力は圧縮に比べかなり弱くなる。実際の製品では機械強度を増すために弾性負荷によってある程度の圧縮プリロードをかけてあるが、圧電セラミック材料の機械特性や各層間の接着強度の関係でだいぶ制約を受ける。従って実装時には大きな引っ張り応力が加わらないような設計にしておく必要がある。圧縮・引っ張りの両方に強い力が必要な場合は、アクチュエーターを2個互いに向かい合わせて使用する方法がある。

（b）バイモルフ型アクチュエーター

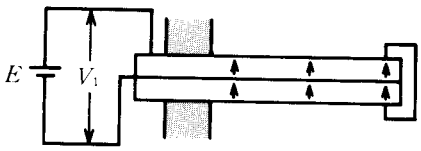
バイモルフ型エレメントは結線方法によってシリーズ型とパラレル型に分けられるが、アクチュエーターとして使用されるのは殆んどパラレル型である。アクチュエーターは、いかに低い電圧で大きな変位を得るかが課題であり、アクチュエーターの変位量は、圧電素子の単位厚さ当りの印加電圧に比例するため、印加電圧及び寸法が同じ場合は、内部電界が大きいパラレル型の方が大きな変位を得ることができる。

バイモルフ型アクチュエーターは積層型に比らべると発生力は小さいが、変位量が大きいので小型微動アクチュエーターに適している。



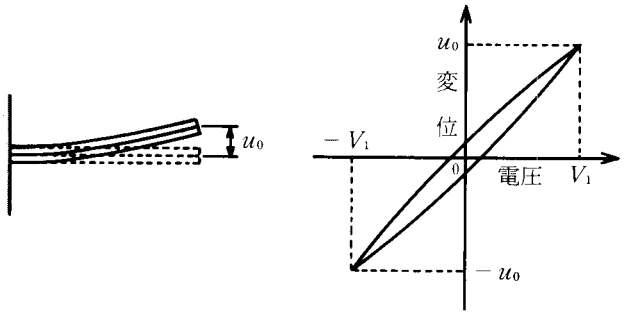


シリーズ型



パラレル型

図7.5.5　バイモルフ型アクチュエーター



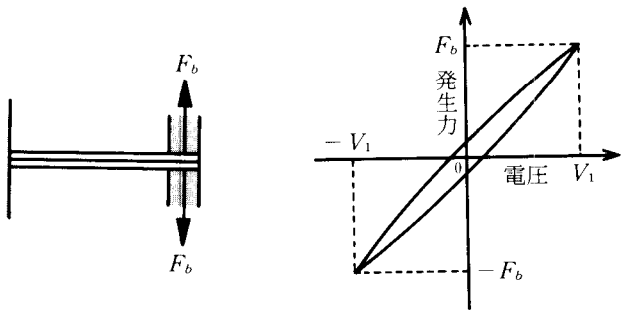


図7.5.6　バイモルフ型アクチュエーターの変位と発生力

ℓ　：自由長（有効長）
w　：幅
t　：厚さ
t_s　：弾性板（中心電極）の厚さ
V_1：印加電圧
↑　：分極方向

図7.5.5で無負荷時の変位量 u_0 は次式で与えられる。（$u_0 \ll \ell$）

（シリーズ型）

$$u_0 = \frac{3}{2} d_{31} \left(\frac{\ell}{t}\right)^2 \cdot \left(1+\frac{t_s}{t}\right) V_1 \alpha \quad \cdots \quad (7.5.8)$$

（パラレル型）

$$u_0 = 3 d_{31} \left(\frac{\ell}{t}\right)^2 \cdot \left(1+\frac{t_s}{t}\right) V_1 \alpha \quad \cdots\cdots \quad (7.5.9)$$

（α：非線形補正係数 $\cong 2$）

また、変位 u_0 を完全拘束状態（$u_0 = 0$）としたときの発生力 F_b は次式で与えられる。

$$F_b = \frac{u_0}{s_n} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (7.5.10)$$

$$s_n = s_{11}{}^E \cdot \frac{4 \cdot \ell^3}{w \cdot t^3} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (7.5.11)$$

バイモルフ型アクチュエーターは、電気的にも機械的にも正負が完全に対称なため、印加電圧に対する変位及び発生力も図7.5.6のように対称ヒステリシス曲線を描く。

次に負荷時の変位量及び発生力はそれぞれ次式で与えられる。

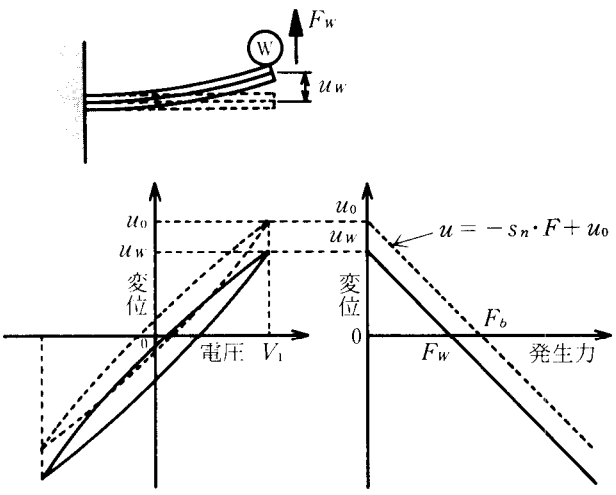


図7.5.7　荷重負荷時の変位及び発生力

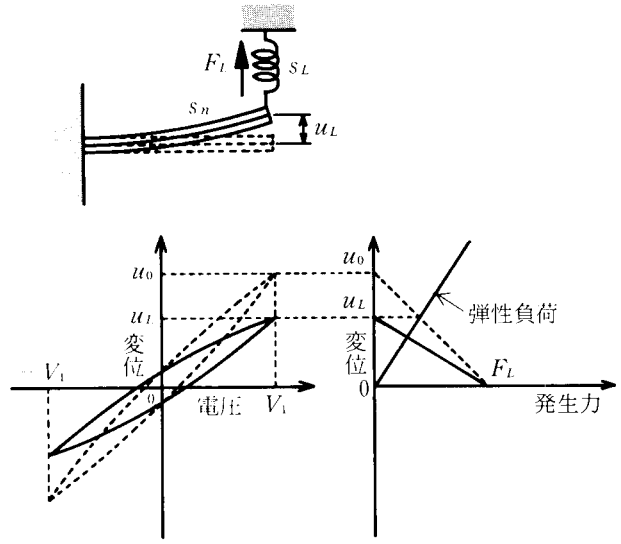


図7.5.8　弾性負荷時の変位及び発生力

まず荷重負荷の場合の変位量 u_W は、

$$u_W = u_0 \cdot \left(1 - \frac{W}{F_b}\right) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (7.5.12)$$

そのとき発生力 F_W は次式で与えられる。

$$F_W = F_b - W \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (7.5.13)$$

次に弾性負荷時の変位量 u_L は、

$$u_L = u_0 \frac{s_L}{s_n}\left(\frac{1}{\frac{s_L}{s_n}+1}\right) \quad \cdots\cdots\cdots \quad (7.5.14)$$

そのときの発生力 F_L は次式で与えられる。

$$F_L = F_b\left(\frac{1}{\frac{s_L}{s_n}+1}\right) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (7.5.15)$$

以上が、バイモルフ型アクチュエーターに於ける変位、力、負荷の基本的な関係である。但し、これらの関係は、バイモルフの弾性限度内でしかも、自由長に対し変位が十分小さい場合に成り立つもので、電気的或は機械的限界に近づく程、非線形になる。

アクチュエーターは、無負荷変位量の半分すなわち $u_0/2$ の点でエネルギーが最大となるので、その附近で負荷をドライブすれば、最も効率の良い使い方ができる。アクチュエーターのエネルギーは、印加電圧 V_1 とアクチュエーターの幅で決まり、印加電圧を高くすればエネルギーは大きくなるが、圧電体の材質により限界がある。

7－6 最大許容入力

圧電セラミック振動子は電気的インピーダンスが低いため電気的入力限界は、単位面積当りの機械的出力限界（機械的強度）によって左右される。

いま、媒質中に（超）音波を輻射する場合、振動子が純粋な縦振動をしていると仮定すると、その音圧強度Pは、

$$P=\frac{1}{2}\rho_0 c_0 v^2 \text{〔W/m}^2\text{〕} \quad \cdots\cdots (7.6.1)$$

但し　ρ_0：媒質の密度〔kg/m^3〕
　　c_0：媒質の音速〔m/s〕
　　v　：輻射面の速度振幅〔m/s〕

で表わされる。また、振動子の許容最大引っ張り応力をT_m〔N/m^2〕とすると輻射面の速度振幅の最大値v_mは、

$$v_m=\frac{T_m}{\rho\cdot c}\text{〔m/s〕} \quad \cdots\cdots (7.6.2)$$

但し　ρ：振動子の密度〔kg/m^3〕
　　c：振動子の音速〔m/s〕

となるから、これを式7.6.1に代入して音圧強度の最大値P_mは、

$$P_m=\frac{1}{2}\cdot\frac{\rho_0 c_0}{(\rho\cdot c)^2}\cdot T_m{}^2\text{〔W/m}^2\text{〕} \quad \cdots\cdots (7.6.3)$$

で与えられる。ここでチタン酸ジルコン酸鉛（C-2）で輻射媒質が水の場合についてP_mを求めてみる。

（水）
$$\begin{cases}\rho_0=1.0\times10^3\text{〔kg/m}^3\text{〕}\\ c_0=1.5\times10^3\text{〔m/s〕}\end{cases}$$

（C-2）
$$\begin{cases}\rho=7.5\times10^3\text{〔kg/m}^3\text{〕}\\ c=3160\text{〔m/s〕}\\ T_m=8.0\times10^6\text{〔kg/m}^2\text{〕}=7.84\times10^7\text{〔N/m}^2\text{〕}\end{cases}$$

$$P_m=\frac{1.0\times10^3\times1.5\times10^3}{2(7.5\times10^3\times3160)^2}\times(7.84\times10^7)^2$$

$$=8.21\times10^6\text{〔W/m}^2\text{〕}$$
$$=821\text{〔W/cm}^2\text{〕}$$

次に媒質が空気(無負荷)の場合について求めてみると、

$$\text{空気}\ (20^{\circ}\text{C},\ 1\,\text{atm}) \begin{cases} \rho_0 = 1.21\,[\text{kg/m}^3] \\ c_0 = 344\,[\text{m/s}] \end{cases}$$

として、P_m は、

$$P_m = 2.28\times10^3\,[\text{W/m}^2]$$

$$= 0.228\,[\text{W/cm}^2]$$

となる。以上の計算結果から明らかなように、無負荷時の最大許容入力は極端に低くなる（実際には接着などの負荷がかかるのでこの値はもう少し大きくなる。）ため負荷時の電力が無負荷時に加わらないよう注意が必要である。また、これらの値は振動子が純粋な縦振動をしていると仮定して求めたものであるが、実際の振動子では径方向振動やスプリアス振動などの影響により振動子の内部応力分布は一様とはならない。また、ここでは誘電損失を考えなかったが、実際には $\tan\delta$ による発熱があり、それによって生じた熱量が素子を加熱し、圧電特性の低下や分極消失を招く場合もあるので実際の値はこれらより低くなる。すなわち、振動子の形状や用途、負荷の種類、材質、放熱状態などによって一義的には決められないが、当社では、一応の目安として空中で1〔W/cm²〕以下、水中で4～8〔W/cm²〕以下を最大許容入力としている。(但し、パルス駆動の場合はこの値の10倍程度まで供給可能である。)

7－7 抗電力

セラミック素子は直流高電圧で分極処理を施こし内部の自発分極の向きに方向性を与え残留分極を持たせることによって圧電性を得ているが、分極方向とは逆の向きに電圧をかけていき残留分極がゼロになる値を抗電力（E_c）という。この値は、材質によって多少異なるが、C-6 で約 1.2〔kV/mm〕である。

従って実際の使用に際しては、残留分極を助長する方向すなわち⊕表示側にプラス電圧を印加する場合は特に問題無いが、⊕表示側にマイナスの高電圧を印加する場合は、規格値以内に押える必要がある。残留分極の消失特性は電圧、時間、温度などの関数であり、そのときの条件によって異なるが、400〔V/mm〕以下であれば連続使用が可能である。

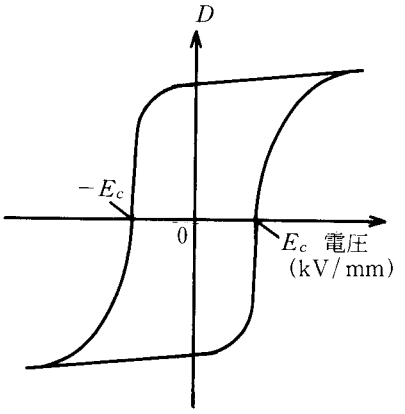


図7.7.1 圧電セラミックの抗電力

7－8 最高使用温度

分極処理された圧電セラミック〔$Pb(Zr\cdot Ti)O_3$〕の諸特性は低温側では目立った変化も無く安定であるが、高温側は結晶変態点すなわちキュリー点（P 8 参照）が存在するため、使用可能な温度範囲に限界がでてくる。

キュリー点では誘電率が無限大に増大するため結晶が不安定となり正方晶から立方晶に相転移するが、そのとき自発分極と残留分極が共に消失するため圧電性も同時に失なわれる。その後、キュリー点以下に冷却された場合、自発分極は復元するが残留分極は消失したままとなるため結局圧電性も失なわれたままとなる。残留分極の消失の程度は温度や時間或は材質によって異なるため一概には決められないが、連続使用でも問題無い温度としてキュリー点の約半分が目安となる。

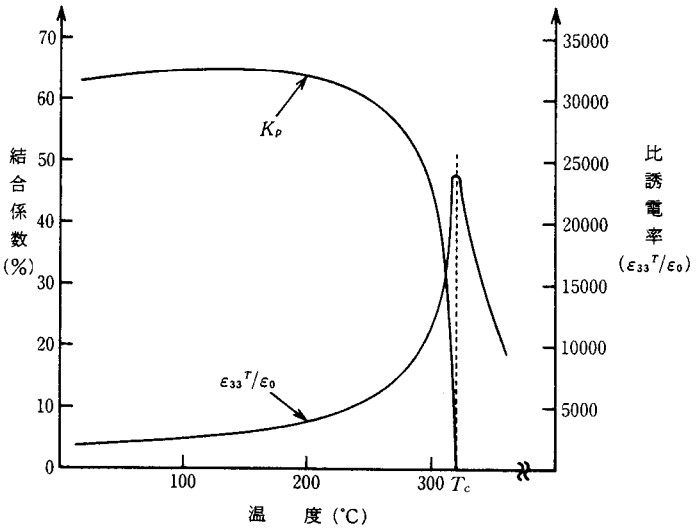


図7.8.1 圧電セラミック（C-6 系）の高温特性

7－9 実装上の注意点

圧電セラミックを実装するうえで特に注意すべきことは、電極の取り扱いである。電極は、主に、銀焼付けによる銀電極と、無電解ニッケルメッキによるニッケル電極が用いられる。

銀焼付けは、金属銀（Ag）の粉末に硼珪酸鉛ガラスのフリットを少量混合したものを有機溶剤でペースト状に溶き、それをハケやスクリーンによってセラミック表面に塗布する。それを 500～800〔°C〕に加熱すると有機物は分解し、ガラスフリットは熔融して銀粒子をセラミック表面に密着させる働きをする。この銀電極は膜厚：8〔μm〕、密着強度：20〔N/mm^2〕、 鉛筆硬度：3～5B 程度である。

ニッケル電極は、脱脂したセラミック素材を塩化第一スズ溶液中に浸せきさせ、スズイオン（Sn^{2+}）を素材表面に吸着させる。水洗した後、塩化パラジウム溶液中に浸せきすると、Sn^{2+} が溶液中の Pd^{2+} と酸化還元反応を起こし、触媒核としての金属パラジウムが表面に形成される。それをジメチルアミンボラン等を還元剤とするメッキ浴に浸せきすることによって純度99%以上の金属ニッケルを還元析出させる。こうして形成されたニッケル電極は、膜厚：3〔μm〕、密着強度：10〔N/mm^2〕、 鉛筆硬度：3H 程度の強度が得られる。

以上、銀電極もニッケル電極も実用上十分な強度は得られているが、半田付けや接着方法、化学的雰囲気などによって密着強度が落ちたり表面が侵されたりするので注意が必要である。

（a）電極への半田付け方法

中性のヤニ入り半田（できれば低温半田や銀入り半田）で通常の半田付けが行なえるが、コテ先温度は270〔℃〕以下、5秒以内の短時間で作業することが望ましい。半田の乗りが悪い場合は、400番以上のサンドペーパーで表面を軽く研く。そして半田付け後のフラックスはトリクロールエタン、フロン、トルエン等の溶剤で洗浄しておく。

（b）接着方法

前処理として400番以上のサンドペーパー、PVA砥石等で接着面を軽く研き、超音波洗浄器などを用いて有機溶剤による脱脂洗浄を行なう。（その後、できればエタノールで脱湿処理をしておく。）接着剤はエポキシ系が最も適しており、80〔℃〕位いで硬化させると時間的にも強度的にも有効である。（加熱によるパイロ電気に注意。）

（c）電極の耐薬品・耐環境性

銀やニッケルは酸や硫化物、ハロゲン化物等と化合するため、化学的雰囲気には注意が必要である。表7.9.1にそれらをまとめて示す。

	銀　　電　　極	ニッケル　電　　極
密　　度	10.50×10^{3}〔kg/m^3〕	8.90×10^{3}〔kg/m^3〕
融　　点	962　〔℃〕	1455　〔℃〕
比　　熱	236　〔J/kg·℃〕	439　〔J/kg·℃〕
熱伝導率	427　〔W/m·℃〕	90.5　〔W/m·℃〕
電気抵抗率	1.62×10^{-8}　〔Ω·m〕	6.9×10^{-8}　〔Ω·m〕
膜　　厚	7～9　〔μm〕	2～4　〔μm〕
密着強度	約20　〔N/mm^2〕	約10　〔N/mm^2〕
鉛筆硬度	3～5B程度	3H程度
空　気　中	酸素中で加熱しても酸化しない。但しオゾン中では黒色の過酸化銀（Ag_2O_2）となる。	空気、湿気に対し酸化されにくい。
酸性溶液	硝酸、熱濃硫酸に溶け $AgNO_3$, Ag_2SO_4 となる。	硫酸、硝酸等に溶け $NiSO_4$, $Ni(NO_3)_2\cdot6H_2O$ となる。
アルカリ溶液	銀は不溶だが、ガラス質を侵すため銀膜剥離を生ずる。	影響無し。
硫　化　物	硫黄、硫化水素で黒色の Ag_2S となる。	化合して NiS となる。
ハロゲン化物	化合する。AgCl，AgBr，AgI 等	化合する。$NiCl_2$ 等
そ　の　他	高湿度中で直流電界を長時間印加するとシルバーマイグレーション（銀結晶の成長短絡現象）が生ずる。防湿塗装必要。	高湿度中での使用には防湿塗装を施こすのが望ましい。

表7.9.1　電極の耐薬品性・耐環境性

最後に、圧電セラミック〔$Pb(Zr\cdot Ti)O_3$〕の常温に於ける一般的な物理定数を示す。但し、これらの値は温度や形状によって変わるので詳しいデータは他の文献等を参照されたい。

密　　度（ρ）	$7.3\sim7.7\times10^3$〔kg/m^3〕
線膨張率（α）	$5\sim10\times10^{-6}$〔1/°C〕
比　　熱（C）	500～700〔J/kg·°C〕
熱伝導率（k）	1～1.5〔W/m·°C〕
電気抵抗率	$10^{10}\sim10^{11}$〔Ω·m〕
圧縮強度	$5\sim7\times10^8$〔N/m^2〕
引っ張り強度	$0.6\sim1\times10^8$〔N/m^2〕
抗折強度	$0.6\sim1\times10^8$〔N/m^2〕
ビッカース硬度(HV)	350～ 450
棒の縦波音速（v）	2800～3600〔m/s〕

表7.9.2　チタン酸ジルコン酸鉛〔$Pb(Zr\cdot Ti)O_3$〕の常温時の物理定数

〔参考文献〕

(1) 岡崎　清著：『セラミック誘電体工学』　学献社

(2) 田中哲郎，岡崎　清，一ノ瀬昇共著：『圧電セラミック材料』　学献社

(3) 電子材料工業会監修：『圧電セラミックスとその応用』　電波新聞社

(4) 岡崎　清著：『電気材料工学演習』　学献社

(5) 物性物理学講座５：『結晶物理学』　共立出版株式会社

(6) 実吉純一，菊池喜充，能本乙彦監修：『超音波技術便覧』　日刊工業新聞社

(7) 田中哲郎著：『チタン酸バリウムとその応用』　オーム社

(8) 小西良弘，辻　俊郎共著：『エレクトロセラミックスの基礎と応用』　オーム社

(9) Vernitron：『Useful Relationships for Ceramic Bender Bimorphs』

(10) Vernitron：『Some Design Considerations in the Use of Bimorphs as Motor Transducers』

株式会社 富士セラミックス

〒418-0111 静岡県富士宮市山宮2320−11
ＴＥＬ 〈0544〉58−4651(代表)
ＦＡＸ 〈0544〉58−1413